GIUSEPPE GIANFRANCESCHI

LA TEORIA DELLA RELATIVITÀ

VOLGARIZZAZIONE E CRITICA

MILANO
SOCIETÀ EDITRICE "VITA E PENSIERO"

LA TEORIA
DELLA RELATIVITÀ

GIUSEPPE GIANFRANCESCHI

LA TEORIA DELLA RELATIVITÀ

VOLGARIZZAZIONE E CRITICA

MILANO

SOCIETÀ EDITRICE « VITA E PENSIERO »

1° MIGLIAIO

AL LETTORE

Ho raccolto in questo opuscolo una esposizione del tutto elementare dei concetti della teoria della relatività di Einstein che avevo avuto occasione di esporre in alcune conferenze di volgarizzazione, e vi ho aggiunto, in una seconda parte, alcune osservazioni che tendono a ricondurre il giudizio sulla teoria a quello che mi sembra debba essere il suo giusto valore.

Ebbi occasione di occuparmi dei nuovi concetti fin dal 1908 in alcuni colloqui che ebbi allora col Minkowski. Qualche mia pubblicazione degli anni scorsi ha dato occasione a qualcuno di annoverarmi tra i fautori della nuova teoria. In quegli articoli io non avevo fatto che esporre in forma molto semplice ciò che nella teoria vi ha di scientifico, lasciando ogni considerazione di critica. Ma fin dall'anno passato, dopo aver visto le esagerazioni a cui si giungeva nell'apprezzamento della teoria, esposi in due note presentate alla P. Accademia dei N. Lincei i criteri che mi sembrava doversi tener presenti nell'accettare le conclusioni relativistiche. E sono questi che ho voluto esporre qui un po' più ampiamente. Quelli che sono già familiari con la teoria non troveranno forse niente di nuovo nella prima parte, ma non troveranno del tutto inutile la seconda.

L'AUTORE

INDICE

PARTE PRIMA

PARTE SECONDA

PARTE PRIMA

1. - La relatività nei concetti di spazio, moto, tempo

È certo che noi non osserviamo che la posizione relativa dei corpi, le loro distanze relative, i loro moti relativi. Se io ho posto un oggetto sul tavolo della mia camera e mando qualcuno a prendermelo gli indico la posizione rispetto al tavolo e agli altri oggetti che vi si trovano. E se invece d'essere in casa fossi sopra un piroscafo in moto potrei agire egualmente per indicare la posizione di qualche cosa che ho lasciato nella mia cabina. Se quegli che io mando tornasse a dirmi che l'oggetto non c'è più dove io l'ho indicato, concluderei che qualcuno l'ha rimosso di là, se invece egli lo trova al suo posto dico che l'oggetto non è stato mosso.

Ora supponiamo che io abbia lasciato il mio orologio nella mia cabina nel momento in cui il piroscafo lasciava il porto, e lo mandi a riprendere dopo un'ora. Nel primo momento il mio orologio si trovava forse a dieci metri dalla banchina d'approdo, dopo un'ora si troverà in un punto che sarà forse cinque miglia lontano dal porto. Eppure io dico che esso è restato là dove l'ho messo. Evidentemente ciò è vero soltanto rispetto al piroscafo, mentre rispetto alla terra la posizione dell'orologio è cambiata.

Nell'altro caso l'oggetto è restato sul tavolo della mia camera e dico che non ha cambiato posizione. Ma se io rifletto che la terra si muove su l'eclittica, la mia affermazione che l'oggetto non ha cambiato posto è vera soltanto rispetto alla terra, mentre riferendomi al sole troverei che la posizione della terra, e con la terra la posizione della mia camera e del mio tavolo, è andata spostandosi con la velocità di forse trenta chilometri al secondo.

Quando dico che la terra, col periodo di un anno ripassa sempre per le stesse posizioni nell'eclittica non definisco che una posizione relativa al sole. E se penso che il sole si è andato spostando, e col sole tutti i pianeti del nostro sistema, devo riconoscere che la terra difatti non torna sulle stesse posizioni, ma va percorrendo una traiettoria ad elica.

Anche per ciò che riguarda le distanze o le dimensioni dei corpi non abbiamo altro modo di misura che il paragone, e quindi non sappiamo assegnare altro che le dimensioni relative. Osservava già il Boscovich che se tutti i corpi esistenti nell'universo andassero gradatamente rimpicciolendosi od allargandosi tutti nello stesso modo, e noi con quelli, non avremmo nessun modo d'accorgercene, e anche senza la variazione graduale, se in una notte tutto si raddoppiasse in dimensioni il mattino non potremmo in nessun modo avvertirlo.

Più evidente è la relatività del moto. Quando diciamo che un corpo si muove intendiamo dire che la sua posizione rispetto agli altri corpi va cambiando. Nelle condizioni attuali non ci accorgiamo se un corpo è in moto se non costatando questo suo variare di posizione relativamente a ciò che lo circonda. Quando mi siedo in uno scompartimento ferroviario finchè il treno sta fermo ho tutta la ragione di dire che non mi muovo. Se poi il treno comincia il suo corso ed io resto seduto posso dire che non mi muovo, ma ciò è vero solo riferendomi al treno, perchè se mi riferisco alla terra mi vado spostando col treno. Se poi nel momento della partenza, mentre il treno va ancora lentamente, io mi sposto in senso contrario per mantenermi in contatto con qualcuno che è fermo sulla stazione, allora, rispetto al treno, io mi muovo, mentre rispetto alla terra resto fermo.

Può avvenire che stando in un treno fermo alla stazione, al sopraggiungere d'un treno in arrivo, io abbia l'impressione che il mio treno si muove in partenza, o viceversa creda in movimento un treno che sta fermo. In questi casi l'osservatore non vede che i due treni, e non riscontra che il moto relativo, e si inganna nell'attribuire il moto piuttosto all'uno che all'altro.

Anche nella misura del tempo dobbiamo ricorrere a concetti relativi. Non intendo dell'apprezzamento diverso che sogliamo farne secondo le diverse condizioni patologiche in cui possiamo trovarci, per cui il tempo sembra troppo lungo a chi soffre, e troppo breve a chi gode, ma del concetto fisico anche per ciò che riguarda la durata di fenomeni.

Supponiamo che mentre sto fermo sulla strada passi dinnanzi a me un drappello di soldati con la banda musicale in testa. Io noto che il passo cadenzato marca giustamente il tempo della musica. Ma a mano a mano che il drappello s'allontana osservo che la cadenza non è mantenuta e il passo precede la battuta, o più giustamente la musica è in ritardo sul passo. Naturalmente ciò avviene perchè il fenomeno ottico per cui vedo il moto dei piedi,

mi giunge senza alcun ritardo sensibile, mentre quello acustico della banda mi giunge con ritardo sempre maggiore. Ma intanto la durata della battuta musicale che giunge al mio orecchio è più lunga di quella vera che sentono i soldati in marcia.

Un grazioso esempio di relatività dello spazio, del moto, e del tempo è quello proposto dal JEANS. Supponiamo che un individuo nasca a Roma e dopo settantacinque anni di vita muoia in una città del Nord a mille chilometri da Roma. Per tutti gli abitanti della terra l'intervallo di tempo che passa tra la nascita e la morte di quell'individuo è di settantacinque anni, e l'intervallo di spazio tra i due luoghi della nascita e della morte è di mille chilometri.

Ma supponiamo che all'epoca della nascita passi in vicinanza della terra un astro viaggiatore che cammini con moto rettilineo ad una grande velocità. In quest'astro vi sia un'abitatore che possegga forti mezzi di osservazione. Egli vede la terra avvicinarsi al suo astro, osserva che a Roma si fa festa per la nascita di un individuo, e ne segna con accuratezza la data. Poi la terra s'allontana, così giudica l'osservatore dell'astro, ed egli segue a vedere le vicende dell'individuo terrestre, gli sopravvive e vede che muore in un punto diverso dal luogo di nascita. Questo osservatore calcola l'intervallo di tempo tra la nascita e la morte in settantasei anni e l'intervallo di spazio in dieci bilioni di chilometri.

L'aumento nell'intervallo di tempo dipende dal fatto che il fenomeno luminoso impiega un'anno a varcar la distanza che l'astro ha percorso nei settantacinque anni, quindi raggiunge l'osservatore un anno dopo l'avvenimento, la variazione nell'intervallo di spazio dipende dal giudicare che la terra si sia allontanata.

Potrebbero moltiplicarsi ad arbitrio gli esempi di questo genere. In tutti questi casi risulta evidente che la determinazione della posizione, del moto e del tempo e la misura stessa di distanza e di velocità non vengono fatte che in modo relativo, ossia riferendosi a qualche cosa che supponiamo fermo nello spazio e nel tempo. Ne segue che l'affermazione con cui determiniamo le circostanze di qualche fenomeno non è vera in un modo assoluto ma solo rispetto a quel punto di vista in cui ci siamo posti.

Ora in alcuni casi sappiamo assegnare qual'è il senso vero e quale no. Così per esempio nel caso dell'oggetto restato sul tavolo, so bene che è vero che non ha cambiata posizione rispetto alla terra, e so anche che non è più vero se mi riferisco al sole, perchè so che la terra ruota intorno al sole. Ma non sempre la distinzione riesce possibile.

Supponiamo, per es., che l'individuo che vede passare i sol-

dati non sappia che la velocità con cui si propaga il suono è molto più piccola di quella con cui si propaga la luce. Egli al vedere che ad una certa distanza la coincidenza tra il ritmo del piede e quello della musica non esiste più giudicherebbe che i soldati hanno mantenuto il passo ma la musica ha rallentato, e in ciò si ingannerebbe, e non avrebbe modo di riconoscere quale è il senso vero del fenomeno. Così nell'esempio del JEANS l'osservatore dell'astro potrebbe non aver alcun modo di decidere se è la terra che si è allontanata o il suo astro, e quindi non saprebbe a chi assegnarlo; e se non conoscesse la velocità della luce si ingannerebbe nell'assegnare l'età dell'individuo terrestre.

In sostanza per assegnare il tempo vero della descrizione che possiamo dare dei fenomeni osservati dovremmo conoscere le vere circostanze in cui si trovano i corpi che vi partecipano.

2. - La relatività nei problemi della meccanica

Lo studio dei fenomeni naturali è l'oggetto delle scienze sperimentali, e in particolare lo studio dei fenomeni che si riconnettono alla posizione e al moto dei corpi è l'oggetto della meccanica. Quel carattere di relatività che si riscontra nelle nostre percezioni e nei concetti di spazio, moto e tempo, si ritrovano necessariamente anche nelle soluzioni dei problemi della meccanica, in modo che anche esse non hanno che un valore relativo. Sarebbe senza dubbio di somma importanza per la scienza lo stabilire una teoria che permettesse di assegnare la soluzione dei problemi della meccanica, e in generale della fisica, non più in un modo relativo ma in una forma definitiva, assoluta.

E questo appunto è il compito che si assume quella che oggi si chiama la *teoria generale della Relatività*. Importa di vedere se, e come, questa teoria assolva il suo compito. Per ciò dobbiamo cominciare dallo studiare come si traduca nei problemi di meccanica quel carattere di relatività di cui si è parlato, e da questo giudicare sulla possibilità e sulla via da seguirsi per trasportare la soluzione dal campo relativo a quello assoluto.

Seguiamo senz'altro l'analisi di un semplice fenomeno di moto.

Supponiamo che una squadra di canottieri faccia una escursione sul fiume in un canotto, spingendosi secondo corrente. Uno dei canottieri si diverte a gettare in alto una palla, e lo fa abilmente in modo che la palla gli ricada in mano senza che egli si sposti. Per i canottieri quella palla, nel suo moto di salire e rica-

dere, percorre una linea retta perpendicolare al piano del canotto. Contemporaneamente dei passeggeri fermi sulla sponda osservano il moto della palla, e vedono che la traiettoria che essa percorre è una parabola, la cui apertura è eguale al cammino che il canotto ha fatto nel breve tempo in cui la palla è salita ed è ricaduta. Così il moto della palla è unico ma apparisce diverso secondo che è visto dal canotto o dalla sponda.

Se i due gruppi di osservatori non si contentano di guardare ma vogliono studiare il moto di quella palla devono procurare di determinarne la posizione nei vari istanti finchè si muove.

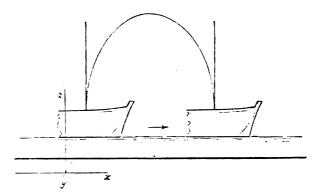



Fig. 1.

Quei del canotto dovrebbero ricorrere ad una antenna verticale fissata sulla piattaforma e a due altre rette disegnate sul pavimento in direzioni perpendicolari, per es., una nella direzione dell'asse del canotto, ossia secondo la lunghezza, l'altra trasversalmente, ossia secondo la larghezza. Riferendosi a queste tre direzioni tra loro perpendicolari si può determinare la posizione della palla misurando le distanze che bisogna percorrere, partendo dal punto in cui l'antenna è fissata e seguendo una retta spezzata con tre lati rispettivamente paralleli alle tre direzioni scelte, per giungere al punto in cui si trova la palla.

Non mi preoccupo qui della difficoltà pratica di fare queste misure per un punto mobile come è la palla; per un punto fisso sospeso ad una certa altezza sul canotto si capisce come la misura si possa fare; per il punto mobile bisogna ricorrere ad artifici che qui non ci interessano.

Se fissiamo l'attenzione ad una posizione della palla, quando siamo riusciti a misurare quelle tre distanze la posizione è deter-

minata, o come anche si dice, individuata, in modo tale che si può sempre ritrovare il punto preciso per cui la palla è passata in quell'istante, ricorrendo alle tre misure fatte.

Alla lor volta le misure si fanno, come è noto, portando una lunghezza graduata, per esempio un asta di un metro, sulla distanza che si vuol misurare, e vedendo quante volte quella lunghezza, o una sua frazione, vi è contenuta. Così il risultato della misura è un numero. La posizione che voglio determinare mi risulta dunque rappresentata da tre numeri che mi dicono le distanze che debbo percorrere nelle tre direzioni scelte, a partire dal piede dell'asta, per giungere alla posizione voluta.

Diamo un nome a quelle tre direzioni: chiamiamo direzione x quella data dell'asse del canotto, ossia la direzione della lunghezza, chiamiamo y la direzione della larghezza, e z quella dell'antenna. Dobbiamo fissare anche il senso in cui vogliamo percorrere queste direzioni pur partendo sempre dal piede dell'antenna, per es., sulla direzione x della lunghezza il senso che ci porta verso la prua, per y quello che porta verso la destra del timoniere, e per z quello che va verso l'alto. Le distanze contate in questi sensi le prenderemo come positive, quelle nel senso contrario come negative. Le tre direzioni x, y, z, le chiameremo i tre *assi* x, y, z, il piede dell'antenna lo chiameremo *l'origine degli assi*, i numeri che otteniamo dalle misure li diremo le *coordinate* del punto che consideriamo. Con questo abbiamo quanto basta per individuare la posizione di qualunque punto nel canotto, ed abbiamo fissato ciò che si chiama un *sistema di riferimento.*

Riferendoci a questo sistema possiamo verificare che quando il canottiere getta la palla in alto essa percorre una retta parallela all'antenna ossia parallela all'asse z. Durante il moto della palla le distanze di essa contate nelle direzioni x ed y non cambiano, quello che cambia è soltanto la distanza secondo l'asse z, distanza che va crescendo finchè la palla si alza, e va diminuendo quando ricade. La descrizione del fenomeno si farebbe dicendo che la x e la y sono costanti, e la z va cambiando nei vari istanti, ossia dipende dal tempo misurato, ciò che in meccanica si esprime dicendo che la z è *una funzione del tempo.*

Se volessi esprimere con formole questa descrizione dovrei scrivere tre eguaglianze così

$$x = \text{cost.}$$
$$y = \text{cost.}$$
$$z = f(t)$$

intendendo con f(t) alcune operazioni che devo fare sulla grandezza che misura il tempo. In questo caso si sa dagli elementi della meccanica che quella f(t) si esprime così

$$z = f(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

in cui v_0 è la velocità che il canottiere imprime alla palla, g è l'accelerazione con cui la palla cadrebbe per effetto dell'attrazione della terra, e t è il tempo misurato, per es., in secondi, a partire dal momento in cui la palla è lasciata libera.

Vediamo come dovrebbe descriversi il fenomeno per l'osservatore che sta sulla sponda. Anche egli deve scegliere tre direzioni fisse, per es., un antenna verticale piantata in una piattaforma orizzontale, e due direzioni perpendicolari fra loro segnate sulla piattaforma, per es., una nella direzione della corrente, e l'altra perpendicolare. Anche qui chiamiamo asse x la direzione della corrente, asse y quella ad essa perpendicolare, ossia quella che misura la larghezza del fiume, asse z quella dell'antenna. Finchè il canotto fila esattamente secondo corrente le tre direzioni fissate nel canotto restano parallele alle tre corrispondenti fissate sulla sponda.

Abbiamo così un secondo sistema di riferimento fisso sulla terra. Possiamo studiare il moto della palla riferendoci a questi tre assi analogamente a ciò che abbiamo fatto per gli altri.

È evidente che per l'osservatore della sponda, la posizione della palla misurata secondo la direzione x non è più costante, perchè il canotto si va spostando secondo corrente, quindi il valore della x dipende dal tempo corrispondente alla posizione che si misura, ossia è una funzione del tempo. La y invece resta costante perchè la distanza della palla dalla sponda, nelle ipotesi fatte, non si altera; la z finalmente varia col tempo, ma varia nello stesso modo con cui essa variava per l'osservatore del canotto. Quindi volendo con formole rappresentare il fenomeno per l'osservatore della sponda dovremmo scrivere

$$\begin{aligned} x &= C(t) \\ y &= \text{cost.} \\ z &= f(t) \end{aligned}$$

in cui C(t) rappresenta le operazioni che dobbiamo fare sul tempo per tener conto del moto del canotto, ed f(t) è la stessa che nelle formole precedenti. Se supponiamo che il canotto si muova con

velocità costante la C(t) non è altro che il prodotto della velocità del canotto per il tempo percorso dal momento in cui il fenomeno comincia fino a quello che corrisponde alla posizione della palla. D'altra parte la velocità sarà dovuta in parte alla corrente, in parte alla spinta dei remi. Chiamiamo, per es., u la velocità della corrente, w quella dovuta alla spinta dei remi, allora la velocità del canotto è data dalla somma di quei due valori, nell'ipotesi che il canotto vada secondo corrente, ossia da $u + w$.

Così la C(t) diventa

$$x = C(t) = (u + w)\,t$$

Il valore di y nel secondo caso sarà diverso da quello del primo, pur restando costante durante il fenomeno, perchè l'origine delle misure è diversa fra i due osservatori.

Se vogliamo esprimere completamente la soluzione del quesito nei due sistemi dobbiamo assegnare i valori alle costanti che intervengono. Per distinguere i due sistemi di coordinate chiamiamo le prime con x, y, z, le seconde con x', y', z'. Chiamiamo poi a e b i valori costanti di x e di y del primo caso, e b' quello di y del secondo caso. Allora la descrizione algebrica del fenomeno per il primo sistema di riferimento sarà data dalle tre equazioni

$$x = a$$

$$y = b$$

$$z = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

e per il secondo sistema

$$x' = (u + w)\,t + x_0$$

$$y' = b'$$

$$z' = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 + z_0$$

In questa formola i due termini x_0 e z_0 sono due grandezze costanti e rappresentano le distanze secondo x e secondo z a cui si trovano le origini delle coordinate nel momento in cui il fenomeno comincia.

Abbiamo così un esempio di uno stesso fenomeno che risulta espresso da formole diverse secondo che venga riferito ad uno o

ad un altro sistema. In questo caso le due terne di equazioni differiscono soltanto per il valore delle costanti che vi compaiono, ma le cose non sono sempre così semplici. Lo stesso fenomeno potrebbe essere studiato anche da un altro osservatore che si trovasse, per es., in un treno che cammina in vicinanza della sponda, oppure da un osservatore in areoplano che volteggia nelle vicinanze. Ciascuno di quegli osservatori ricorrerebbe ad un sistema di assi connessi col veicolo in cui si trovano, e per ciascuno si giungerebbe ad una terna di equazioni corrispondente. E finchè il moto del veicolo rispetto a quello del canotto è un moto uniforme le equazioni risolutrici per l'uno e per l'altro sistema non differiscono che per il valore delle costanti. Ma se il moto di uno di questi sistemi rispetto al primo segue una legge più complessa anche le equazioni corrispondenti si complicano.

E allora la soluzione assegnata per un sistema non vale per gli altri, e di un sol problema bisognerebbe dare tante soluzioni quanti sono i sistemi ai quali possiamo riferirci, o contentarsi di una soluzione rispetto ad un determinato sistema, e che non sarà più vera rispetto ad un altro.

Ora ci possono essere dei problemi il cui interesse è talmente limitato che non si può dubitare sulla scelta del sistema a cui riferirsi. Così nell'esempio che abbiamo considerato del moto della palla le due soluzioni date per il canotto o per la sponda esauriscono abbastanza l'interesse del fenomeno.

Non è difficile immaginare problemi più complessi. Supponiamo per esempio che si tratti di un aviatore che vuol lanciare un proiettile contro un sottomarino in corsa. Se l'aviatore e il sottomarino stessero fermi il problema coincide con quello di far cadere un grave da un punto elevato e fisso sopra un altro punto fisso sulla terra. Ma l'aviatore certo si muove e si muove anche il sottomarino. La soluzione si può riferire o a tre assi fissi nell'areoplano, o ad altri tre fissi sul sottomarino, o finalmente ad un'altra terna fissa sulla terra. Le tre soluzioni in generale saranno fra loro molto diverse, ma l'interesse del problema sarebbe esaurito in questi tre sistemi.

Supponiamo ora che si tratti di un fenomeno celeste, per esempio, del moto di una cometa. L'osservatore terrestre non può disporre se non di un sistema di assi fissi con la terra e la soluzione che egli troverà non può valere che per la terra. Se vuole una soluzione più completa deve riferirsi ad un sistema di assi connessi col sole. Ma anche così il problema non è esaurito, e quando noi diciamo che una cometa descrive una traiettoria para-

bolica ci limitiamo ad una soluzione locale del fenomeno, presso a poco come quando i canottieri del primo esempio dicevano che la palla percorreva una linea retta. Difatti un abitatore di un altro mondo, d'un pianeta che appartenga ad un sole diverso del nostro, se studiasse il moto delle comete che studiava il nostro osservatore terrestre assegnerebbe una soluzione molto diversa. E ciò perchè al moto delle comete nel sistema solare egli aggiungerebbe il moto relativo del nostro sole rispetto al suo. E potrei proseguire in queste analisi dei sistemi di riferimento senza sapere dove potrei fermarmi. Ma intantò una conseguenza che si può trarre da questo processo di induzione è questo; qualunque sia il sistema di riferimento che scegliamo noi non riusciamo ad assegnare che una soluzione parziale del problema, ossia una soluzione che vale solo per il sistema a cui ci siamo riferiti.

È evidente che questa conclusione vale per tutti i problemi del moto, e quindi anche per tutti gli altri fenomeni che dipendono dal moto, in altri termini per tutti i problemi della fisica che sono connessi con lo stato di quiete o di moto dei corpi.

Si può riassumere il risultato di questa breve analisi dicendo che noi non conosciamo che il moto relativo dei corpi; e dei problemi del moto, o connessi col moto, non possiamo assegnare che soluzioni relative, valevoli per il sistema a cui ci riferiamo.

3. - Il sistema assoluto

Una soluzione generale, assoluta, dei problemi della meccanica, e quindi dei problemi della fisica, si potrebbe ottenere soltanto quando si conoscesse il vero stato di moto del corpo o dei corpi di cui ci occupiamo.

Se la soluzione data al problema della palla dai canottieri non vale per gli osservatori della sponda ciò dipende dal fatto che i canottieri non tengono conto del moto del canotto rispetto alla sponda. La soluzione che si riferisce alla sponda è esauriente solo perchè il fenomeno è di importanza locale ma non è affatto una soluzione completa. La palla partecipa oltre che al moto del canotto anche a quello della terra, e un ipotetico abitatore del sole che potesse osservare il fenomeno troverebbe che la traiettoria della palla è molto diversa da quella assegnata dall'osservatore terrestre. E altrettanto si deve dire per qualunque altro osservatore connesso con un sistema diverso.

Possiamo anche dire che ciascun osservatore risolve il problema in modo diverso e sempre in modo relativo. In un sol caso la soluzione perderebbe il carattere di relatività e diverrebbe assoluta, quando cioè l'osservatore fosse connesso con un sistema che sta assolutamente in quiete. Se esiste nell'universo un corpo che conserva invariabilmente la sua posizione nello spazio, un sistema di assi connesso con quel corpo sarebbe un sistema privilegiato, e le soluzioni dei problemi del moto riferite a quel sistema avrebbero un valore assoluto. Per passare dalle soluzioni particolari a questa soluzione completa bisognerebbe in ciascun caso al moto studiato rispetto ad un sistema intermedio aggiungere quello del sistema rispetto al corpo fisso.

Supponiamo, per es., che esista nell'universo una nebulosa centrale il cui baricentro sia assolutamente fermo, la nebulosa potrà avere soltanto un moto di rotazione attorno a quel centro. Nell'universo potranno esistere altre nebulose, e poi famiglie di stelle, e soli coi loro pianeti, in modo da formare dei sistemi subordinati nei loro moti. Un problema particolare come il moto di un satellite potrà essere risolto in una prima approssimazione riferendosi al pianeta a cui è connesso e si potrà verificare che il moto del satellite è elittico. Possiamo indicare con a questo moto.

Ma se invece si vuole riferire al centro del sistema a cui appartiene si dovrà aggiungere a quel moto elittico il moto del foco dell'elisse occupato da pianeti; moto che indicheremo con b. Quel sole a sua volta farà parte di un gruppo stellare e in esso possederà un moto che indicheremo con c e che dovrà aggiungersi ai due precedenti. Finalmente il gruppo stellare si muoverà intorno alla nebulosa centrale e questo suo moto d rispetto al baricentro di quello deve essere aggiunto agli altri. Supponiamo avere esaurito con questo la serie dei sistemi subordinati. In questa ipotesi il moto del satellite può essere rappresentato o dal solo moto a se ci riferiamo al pianeta, o da $a + b$ se si considera rispetto al sole, o da $a + b + c$ se rispetto al gruppo, o finalmente con $a + b + c + d$ se rispetto al baricentro della nebulosa centrale. Soltanto questa ultima combinazione di tutti i moti componenti rappresenta il vero moto o il moto completo, perchè non esistono altri moti a cui partecipa, e può chiamarsi il moto assoluto del satellite.

È evidente che se si conoscesse il moto completo A del pianeta il moto assoluto del satellite è definito soltanto da $a + A$ perchè A a sua volta è già la somma degli altri moti ossia $A = b + c + d$.

La conoscenza di un corpo assolutamente fermo condurrebbe

alla definizione assoluta dello spazio. Riferendosi a tre assi connessi con quel corpo si potrebbe individuare qualunque punto dello spazio in un modo definitivo. Una terna di valori corrispondenti alle tre grandezze *x, y, z,* determinerebbe un punto e un punto solo dello spazio anche a distanze indefinitamente grandi e in un modo assoluto e immutabile, ciò che si suol dire anche *individuare* quel punto perchè quella terna di valori è così propria a quel punto come il nome lo è per un invididuo, e non si potrebbe immaginare nessuna causa perchè il punto debba cambiar nome finchè il corpo a cui ci siamo riferiti resti fermo.

L'importanza della scoperta di un tal corpo è stata riconosciuta da tutti gli studiosi di meccanica fino dai tempi di NEWTON, perchè senza questo sistema fisso di riferimento non si vede come si possa dare una soluzione completa ai problemi del moto e quindi ai problemi fisici in generale.

Negli ultimi tempi si è stati soliti chiamare col nome di *corpo alfa* questo sistema fisso di riferimento e si è ricorsi a tutti i modi possibili per individuarlo. Ma a mano a mano che le ricerche hanno progredito sembra che il corpo alfa si sia allontanato.

Con gli antichi sistemi planetari il corpo fisso sembrava essere la terra. Quando si è riconosciuto che la terra si muoveva si è fatto ricorso al sole. Ormai da circa un mezzo secolo sappiamo che il sole si muove e sappiamo anche assegnare la velocità e la direzione attuale del suo moto. Si è allora pensato il trovare il punto fisso in mezzo alle stelle che diciamo fisse. Ma anche per queste ormai possiamo affermare che la loro quiete è solo apparente, ognuna di esse si muove con velocità variabili entro certi limiti. Un centro di gravitazione di tutti questi soli che popolano il firmamento non sappiamo dove sia, perchè le dimensioni dell'universo non le conosciamo e non abbiamo per ora alcuna probabilità di conoscerle. Anzi per una gran parte di scienziati il problema è ritenuto per se stesso insolubile.

Una geniale iniziativa condusse a ricercare più vicino a noi il corpo assolutamente fisso. Si sperò di trovarlo nell'e t e r e c o s m i c o, ossia in quel fluido sottilissimo che riempie tutti gli spazi interatomici ed interstellari, e che trasmette fino a noi la luce degli astri lontani.

Sull'esistenza di questo corpo sembra non possa essere dubbio perchè è necessario esista un mezzo materiale che trasporti fino a noi l'energia emanata dai soli dispersi nelle profondità dei cieli. Un'azione a distanza non può essere ammessa nè dai filosofi nè dai fisici.

La fisica dell'ultimo secolo ha mirabilmente riconnesso i fenomeni luminosi, caloriferi, elettrici e magnetici in vari stati di vibrazione o di tensioni di uno stesso mezzo, l'e t e r e.

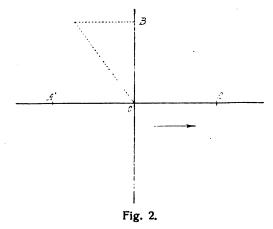
Secondo le conclusioni di FRESNEL questo fluido non prenderebbe parte ai moti dei corpi che si muovono in seno ad esso, presso a poco come l'acqua di un lago tranquillo non prende parte al moto di una rete da pesca che vien tirata da un punto all'altro. Se è così la terra nel suo moto si comporterebbe presso a poco come una piccola sfera che si muove in seno all'aria, o meglio, come un proiettile in mezzo all'acqua. Le parti diverse della sfera e del proiettile sentirebbero in modo diverso l'azione di questo fluido che resta fermo e l'effetto corrisponderebbe a quello che si avrebbe nel caso reciproco quando cioè il proiettile restasse fermo e il fluido si muovesse in senso inverso. Si avrebbe dunque quello che si chiama un vento di etere.

Questo vento non potremmo sentirlo, ma lo sentirebbero, per così dire, alcuni fenomeni che si compiono nell'etere stesso, come i fenomeni luminosi. Un raggio di luce che ci viene trasmesso dall'etere nella direzione in cui noi ci muoviamo, e ci venga incontro nel suo moto, si troverebbe in condizioni molto diverse di un raggio che nella stessa direzione camminasse in senso inverso, ossia allontanandosi da noi. Se paragoniamo il raggio di luce ad un canotto, e l'etere in cui esso si muove, all'acqua, il moto dell'etere rispetto alla terra, potrebbe essere rappresentato dalla corrente del fiume, e allora si capisce bene che il canotto si trova in condizioni molto diverse, se deve camminare secondo corrente o contro corrente. Ma una esperienza di questo tipo non sarebbe possibile ripetersi con la luce. Bisognerebbe da un punto far partire uno stesso raggio di luce, o due raggi identici in tutto, in due sensi opposti e vedere, ad una certa distanza, quale influenza hanno subito dall'etere in cui camminano. Ciò equivarrebbe, nell'esempio d'analogia, e far partire da un punto stesso del fiume due canotti della stessa forza e vedere dopo quanto tempo arrivano ad una stessa distanza nei due sensi opposti. Ma le due stazioni d'arrivo sarebbero lontane tra loro, e, per la luce i due raggi non si possono paragonare se non quando si possono far sovrapporre. L'altro modo di sperimentare, sarebbe di far partire da due stazioni lontane i due canotti ad uno stesso istante, e vedere in quanto tempo arrivano al punto di mezzo. Ma per la luce ciò non va perchè non si può sperare che i due raggi partenti da stazioni lontane siano identici, o per lo meno non si può mai supporre che partano alle stesse condizioni, si intende alla stessa fase. Per la luce è necessario che

i due raggi partano da uno stesso punto e giungano ad uno stesso punto. Nell'esempio dei canotti ciò significherebbe che bisogna far percorrere tanto all'uno quanto all'altro una certa strada in un senso, e un'altra nel senso opposto. Ma allora quello che si guadagna di tempo nell'andare secondo corrente, si perde nel tornare contro corrente, e la differenza non si riscontra. Per la luce avverrebbe lo stesso. Sicchè non si può trovare il modo di mettere in rilievo direttamente la corrente dell'etere e quindi il moto della terra rispetto ad esso.

4. - Le esperienze di Michelson e Morley

Il vento di etere che non è possibile riscontrare direttamente può ricercarsi per via indiretta. È ciò che si è cercato con

Fig. 2.

le esperienze ormai classiche di MICHELSON e MORLEY. Riprendiamo l'esempio dei canotti che vogano in una corrente. Se invece di far partire i due canotti in senso inverso, si fanno camminare in direzioni diverse si può riscontrare l'influenza della corrente.

Supponiamo per esempio che i canotti partano da una stazione centrale *O* situata in mezzo ad una corrente molto ampia che si muove nel senso della freccia con una velocità di tre miglia all'ora. Da *O* possono partire vari canotti i cui rematori hanno la stessa capacità e quindi in condizioni eguali farebbero tutti la stessa strada, per es., cinque miglia all'ora. Proponiamo ai vari campioni questo compito: essi devono partire da *O* giungere ad una distanza di quattro miglia dalla stazione di partenza e tornare in *O*

nel minor tempo possibile. Evidentemente poichè tutti sono della stessa forza, la scelta non può cadere se non nella direzione da prendere. Un canotto parte contro corrente. In un'ora farebbe cinque miglia in acqua quieta, ma con la corrente contraria di tre miglia, perde tre miglia su cinque, e quindi in un'ora non procede che di due miglia. Raggiungerà il punto *A* a cui deve giungere, dopo due ore di cammino. Per tornare indietro impiega soltanto mezz'ora; difatti per i remi in mezz'ora fa due miglia e mezzo, e per la corrente un miglio e mezzo, e con ciò copre la distanza di quattro miglia. Un'altro canotto parte secondo corrente. Raggiunge la distanza di quattro miglia in mezzora, ma per tornare impiega due ore. Quindi tanto l'uno come l'altro impiegano due ore e mezzo ad assolvere il loro compito. Un terzo canotto invece parte in direzione perpendicolare alla corrente. Per tagliare l'acqua deve prendere una direzione inclinata, perchè l'acqua lo riporta sempre a valle. Per giungere ad una distanza di quattro miglia deve percorrere la ipotenusa di un triangolo rettangolo di cui il cateto maggiore sono le quattro miglia perpendicolari alla corrente, il cateto minore le tre miglia secondo corrente. Se ha scelta bene la direzione dopo un'ora egli ha raggiunto la meta, perchè in un'ora ha fatto per suo conto cinque miglia nella direzione obliqua, tre miglia per effetto della corrente nel senso del cateto minore, e allora il cateto maggiore, che è la strada assegnatagli, risulta appunto di quattro miglia. Per tornare vale lo stesso ragionamento, soltanto l'inclinazione che deve prendere è dall'altra parte. Questo terzo canotto assolve dunque il suo compito in due ore. Ed è il minimo tempo possibile. Qualunque altra direzione si scegliesse, intermedia tra quella della corrente e quella perpendicolare, richiederebbe un tempo intermedio tra il minimo di due ore e il massimo di due ore e mezzo. Questa illustrazione del fenomeno di MICHELSON e MORLEY fu proposto dal TURNER.

L'azione della corrente interviene qui non nel suo effetto principale, ma in un effetto secondario. L'effetto principale, o di primo grado, si riscontra nella prima parte dell'escursione dei due primi canotti dei quali quello partito contro corrente ha bisogno di due ore per raggiungere la distanza assegnata, l'altro che va secondo corrente impiega soltanto mezz'ora.

Nell'esperienza di MICHELSON e MORLEY (1) era un raggio di luce

(1) Queste esperienze furono per la prima volta eseguite nel 1886 in America, e a varie riprese proseguite fino al 1904. I resoconti originali sono nella *Philosophical Magazine:* vol. 24, pag. 449 (1887) e voll. segg.

che doveva dividersi in due, e fare lo stesso cammino in due direzioni ortagonali. Chiamiamo S il punto da cui parte un raggio di luce nella direzione SO. In O si pone una lamina di vetro inclinata a 45° sulla direzione SO. Il raggio si separa in due parti, una viene riflessa nella direzione OB, un'altra attraversa la lamina e prosegue nella direzione OA. L'uno e l'altro trovano ad egual distanza in A ed in B uno specchio, perpendicolare al raggio, che lo riflette e

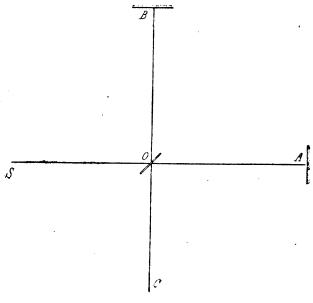



Fig. 3.

lo fa tornare verso O. Il raggio che ritorna da B attraversa in parte la lamina, e quello che ritorna da A ne è riflesso, sicchè proseguono paralleli da O verso C dove un osservatore li paragona. E il paragone consiste nello studiare le frangie di interferenza a cui essi danno luogo, e che permettono di riscontrare se hanno impiegato lo stesso tempo a percorrere i due cammini, o no. Se tutto fosse in quiete intorno ad O, — se i canotti avessero vogato in un lago tranquillo, — i due raggi giungono in C contemporaneamente, — come avrebbero fatto i canotti. Ma la presenza di una corrente produce la differenza di cammino e quindi la differenza di tempo. La corrente qui dovrebbe essere il moto relativo dell'etere rispetto alla terra su cui si fanno le esperienze. E ruotando in varie volte tutto l'apparecchio si dovrebbe poter

riconoscere se questa corrente esiste e in che direzione va. Le esperienze, straordinariamente delicate, erano disposte in modo che l'effetto di secondo ordine di cui si è parlato sarebbe dovuto risultare visibile.

Ma il risultato fu negativo. Questa differenza non si trovò non ostante che le esperienze fossero ripetute molte volte e sempre con nuovi perfezionamenti. Si è calcolato che nell'ultima loro forma le esperienze avrebbero potuto mettere in vista una corrente della velocità di 3 chilometri al secondo, la terra, come è noto, ha una velocità media di 30 chilometri. La conclusione che se ne trasse fu che non è possibile con esperienze mettere in rilievo il moto della terra rispetto all'etere. Veniva quindi a cadere la speranza di ritrovare nell'etere il corpo assolutamente fermo.

Qualunque sia il valore delle classiche esperienze di MICHELSON e MORLEY sta il fatto che questo risultato fu il punto di partenza per indirizzare sopra un'altra via gli studi per la soluzione dei problemi del moto.

5. - Il compito della teoria della relatività

L'impossibilità in cui ci troviamo di ricorrere ad un corpo assolutamente fermo come sistema di riferimento ci toglie la speranza di assegnare il vero moto dei corpi, e quindi di risolvere i problemi del moto e gli altri problemi della fisica in un modo definitivo.

Non possiamo dunque che riferirci a qualcuno dei sistemi che conosciamo e cercare, se è possibile, di esprimere le leggi dei fenomeni in modo che le formole non vengano alterate quando si riconoscesse che al sistema adoperato si debba aggiungere un moto che prima non conoscevamo. Il che equivale a dire che importa dare alle equazioni una forma che resti invariata per tutti i sistemi ai quali possiamo riferirci, qualunque sia il loro moto relativo. In un modo più matematico ciò si esprime col dire che *le equazioni del moto debbono essere invarianti rispetto a qualunque sistema di riferimento.*

Quando si dice che le formole devono restare invariate non si intende che non sia lecito alterare niente in esse. La forma matematica consiste essenzialmente nelle operazioni da farsi sulle variabili, il cambiar valore delle costanti non costituisce un cambiamento di forma. Così, per esempio, le due terne d'equazioni che descrivevano il moto della palla lanciata dal cannottiere si possono ritenere dello stesso tipo perchè si può passare dall'una all'altra

cambiando soltanto il valore di alcune grandezze costanti. Ciò significa che anche nella meccanica classica, secondo i concetti della quale quelle equazioni erano state dedotte, esiste un grado di invarianza, e precisamente la forma essenziale delle equazioni non cambia quando si passa da un sistema ad un altro che rispetto al primo si trova in moto rettilineo uniforme. Ciò si suole esprimere dicendo che nella meccanica classica di GALILEO e di NEWTON esiste un primo grado di invarianza e precisamente per tutti quei sistemi di riferimento che sono animati da moti relativi uniformi e rettilinei.

Il passaggio da un sistema di riferimento ad un altro si fa in analisi con una sostituzione di variabili. Così nel primo esempio portato si poteva passare dalla prima alla seconda terna con una sostituzione di questo tipo

$$
\begin{aligned}
x' &= x + vt \\
y' &= y \\
z' &= z
\end{aligned}
$$

si intende salvo l'aggiunta di costanti che possono essere nulle.

Ma questo tipo di sostituzione è il più semplice possibile e col variare del moto relativo dei due sistemi va complicandosi.

Finchè si tratta di semplici problemi di moto la meccanica galileiana dà uno stesso tipo d'equazioni per tutti i sistemi che si possono ottenere con questa formola di trasformazione. Ma se si accettano le conclusioni delle esperienze di MICHELSON e di MORLEY non siamo più autorizzati ad applicare questo criterio a tutti i problemi fisici. La velocità di propagazione della luce non sembra adattarsi al principio di GALILEO secondo il quale la velocità di un moto complesso è eguale alla somma geometrica della velocità dei moti componenti, infatti in quelle esperienze il moto della terra non altera il moto del raggio luminoso, mentre dovrebbe aggiungersi o sottrarsi secondo il senso, come il moto della corrente si aggiunge o si sottrae al moto proprio del canotto nell'esempio citato. Alla stessa conclusione conducono le esperienze del MAIORANA sulla velocità della luce. Si può asserire che questa velocità non viene alterata dal moto della terra, e tutti i fenomeni ottici ed elettromagnetici che possiamo studiare si compiono come se la terra stesse ferma.

Questa è una prima difficoltà da risolvere perchè si possa estendere a tutti i problemi della fisica l'invarianza che esiste nella meccanica classica. Si sarebbe allora fatto un primo passo e si potrebbe asserire che le leggi fisiche date per un determinato sistema K val-

gono anche per un sistema K′ che rispetto al primo si trova in moto rettilineo uniforme. Od anche più in generale che tutti i sistemi K′, K″, K‴, ... mobili rispetto ad un sistema K con moto rettilineo uniforme sono equivalenti.

E a questo primo risultato si è giunti con quello che oggi si chiama la *relatività in senso ristretto,* e che fino a dieci anni fa era tutta la teoria della relatività. Quella teoria assumeva come postulato fondamentale la costanza della velocità della luce. Questa velocità non deve sommarsi con la velocità dei corpi, era la conclusione delle esperienze. Inoltre richiedeva che nelle formole di trasformazione delle coordinate si includesse anche il tempo e si correggesse l'idea che avevamo che il tempo fosse una grandezza indipendente dallo spazio. Allora le formole di trasformazione prendevano una forma che oggi è nota col nome di *trasformazione* del LORENTZ.

Vedremo nel paragrafo successivo quali modificazioni si devono introdurre nella misura degli spazi e dei tempi per le trasformazioni del LORENTZ.

Ma anche con questo il problema generale non era risoluto; non si riusciva con ciò a rendere equivalenti tutti i sistemi di riferimento ma solo quelli animati da moti relativi rettilinei ed uniformi.

La soluzione generale richiede invece che le formole che si assegnano per i fenomeni fisici valgano per qualunque sistema, qualunque sia il moto da cui esso è animato. In altri termini le formole a cui si vuol giungere non devono restare inalterate soltanto quando si applichi una trasformazione di coordinate così semplice come quella riferita sopra, o quella di poco più complicata che costituisce la trasformazione del LORENTZ, ma per una trasformazione qualunque che possa rappresentare un moto relativo comunque complesso.

Soltanto così potremo superare le difficoltà in cui ci troviamo per non conoscere il moto vero del sistema a cui ci riferiamo, e dare dei nostri problemi una soluzione valevole per tutti i sistemi proposti, anzi una soluzione indipendente da qualunque sistema di riferimento.

Questo è il compito della teoria generale della relatività, teoria che verrebbe ad assegnare una soluzione assoluta dei problemi, e che quindi piuttosto che teorie delle relatività meriterebbe essere chiamata *teoria dell'assoluto.*

Non sembra potersi dire *a priori* se sia possibile assolvere questo compito, forse si sarebbe detto impossibile. Certo è stato ar-

dimento anche il solo affrontare il problema. Oggi una tale teoria esiste ed è senza dubbio un risultato meraviglioso. Ma bisogna vedere con quali sacrifici si giunge alla nuova teoria, e quale è il valore che essa può avere nella descrizione dell'universo.

Non è possibile in un lavoro di volgarizzazione esporre completamente tutto il processo con cui si giunge alla teoria generale della relatività di EINSTEIN, ma cercherò di chiarire i concetti che si sono seguiti perchè si possa giungere ad un giudizio sul valore della teoria, senza penetrare nel complicato meccanismo delle formole del calcolo assoluto.

6. - La contrazione delle lunghezze

Ritorniamo per un momento sull'esempio dei canotti che ci è servito per illustrare le esperienze di MICHELSON e MORLEY. Abbiamo visto che i canotti partiti verso *A* o verso *A'* (fig. 2) ritornerebbero in *O* dopo due ore e mezzo, mentre quello partito verso B ritornerebbe soltanto in due ore. Supponiamo che la giuria che sta al traguardo veda giungere contemporaneamente al ritorno tanto gli uni quanto gli altri. Ciò potrebbe avvenire per due cause diverse: o perchè i canottieri non sono realmente della stessa forza, e quelli andati longitudinalmente verso *A* e verso *A'* sono più forti di quelli andati trasversalmente verso *B*, o perchè i primi non hanno percorso davvero quattro miglia in distanza da *O* ma qualche cosa di meno.

Nelle esperienze di MICHELSON e MORLEY il traguardo è costituito dal canocchiale con cui lo sperimentatore osserva in *C* (fig. 3) i due raggi che ritornano dopo aver fatto le due escursioni in direzioni perpendicolari tra loro. E quel che si osserva è appunto questo: che i due raggi tornano contemporaneamente. Dunque o i due raggi non avevano la stessa energia, o hanno fatto un cammino diverso. La prima ipotesi non sembra dover venire in discussione perchè in realtà i due raggi provengono da uno stesso raggio primitivo, quello che da S è giunto in *O* e si è separato in due parti. Anche l'altra sembrerebbe doversi escludere perchè la lunghezza del cammino è stata assegnata perfettamente eguale dallo sperimentatore col porre i due specchi ad egual distanza e disporre in modo che i due raggi trovino le stesse difficoltà di cammino. Eppure un raccorciamento deve essere avvenuto perchè i raggi tornano allo stesso tempo.

Le trasformazioni del LORENTZ che furono appunto introdotte per dar ragione dei risultati delle esperienze di MICHELSON e MORLEY

introducono appunto questo raccorciamento come causa dell'andamento del fenomeno. Supponiamo che la corrente dell'etere sia appunto nella direzione e nel senso di *OA* analogamente a quello che era la corrente del fiume per i canotti. Ciò significa che la terra si muove nel senso contrario. Allora poichè i raggi tornano insieme bisogna ammettere che la lunghezza *OA* del cammino non è eguale a quella *OB* benchè a noi sembri eguale, e precisamente che *OA* è più corto di *OB*. Il sembrarci eguale dipende da questo che quando noi misuriamo una lunghezza non facciamo che paragonarla con un altra scelta come unità. Così per misurare *OA* portiamo l'unità di lunghezza, che sarà un regolo di qualche sostanza, ferro, legno, o simile, successivamente da *O* verso *A* disponendolo sempre nella direzione in cui misuriamo; altrettanto per misurare OB. Ma se la corrente dell'etere produce un raccorciamento nella distanza *OA* che è senza dubbio fissata ad un sostegno materiale, un analogo raccorciamento deve verificarsi nel regolo con cui misuriamo, finchè lo disponiamo nella direzione della corrente. Quando poi lo portiamo a misurare *OB* il raccorciamento non avviene più nella sua lunghezza ma nel senso della larghezza, di cui non ci occupiamo. Mentre noi crediamo di misurare con una stessa misura in realtà questa misura si altera quando la orientiamo diversamente. Si potrebbe dire che con l'occhio dovremmo accorgerci di questa variazione, ma sarebbe illusione, non solo perchè la variazione è piccolissima, ma perchè anche il nostro occhio è uno strumento materiale e subisce anche esso la contrazione nello stesso modo e nello stesso rapporto degli altri corpi. Non abbiamo quindi nessun modo di avvederci del fenomeno e solo lo deduciamo dal modo di comportarsi dei due raggi.

L'esempio dei canotti può servire anche per calcolare l'entità del raccorciamento. Il rapporto dei tempi impiegati nelle due direzioni principali era di due ore e mezzo a due ore, quindi per compensare i due cammini bisogna che il primo si riduca ai 4/5 di lunghezza. Con questo accorciamento giungeranno contemporaneamente. Ora la velocità della corrente in quel caso era di 3 miglia all'ora e quella dei remi 5 miglia: se ci calcoliamo l'espressione

$$\sqrt{1 - \frac{3^2}{5^2}}$$

ritroviamo appunto il valore 4/5.

Possiamo dunque dire che il raccorciamento sufficiente per

rendere contemporaneo il ritorno dei canottieri è dato dall'espressione

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{u^2}}$$

i cui v rappresenta la velocità del fiume, e u quella dei rematori.

La trasformazione del LORENTZ conduce alla stessa formola in cui compariscono la velocità del corpo di cui si tratta, e la velocità della luce. Così nelle esperienze di MICHELSON e MORLEY la velocità della corrente di etere è la stessa che quella della terra, e la velocità del fenomeno che si trasporta è la velocità della luce. Se chiamamo v quella, e c questa, il raccorciamento sarà espresso da

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

e se a v ed a c sostituiamo i valori numerici, ponendo per v la velocità media della terra di 30 chilometri al secondo, e per c quella della luce di 300.000 chilometri al secondo, il raccorciamento verrà dato da

$$\sqrt{1 - \frac{1}{100.000.000}}$$

cioè che equivale circa ad 1 millimetro per ogni duecento chilometri.

È chiaro che se invece della velocità della terra si trattasse della velocità dei nostri veicoli il raccorciamento diverrebbe straordinariamente più piccolo.

La causa di questo raccorciamento che per il primo fu ideato da FITZGERALD potrebbe essere una modificazione della forza di coesione prodotta dal moto del corpo in seno all'etere; l'effetto è uno schiacciamento del corpo nella direzione del moto, per es., se il corpo è sferico nel moto si trasforma in un elissoide di rotazione. Se supponiamo la terra sferica l'effetto del moto sarebbe uno schiacciamento di 6,5 centimetri nel diametro parallelo alla direzione del moto.

Bisogna notare che il raccorciamento non è visto da chi appartiene al sistema in moto per le ragioni accennate sopra; sarebbe però visto da un osservatore estraneo e in quiete. Quegli si accorgerebbe che l'unità di misura del sistema in movimento sono alterate, e a sua volta un osservatore del sistema in moto che

potesse confrontare le sue lunghezze con quelle del sistema in quiete osserverebbe il fenomeno reciproco di allungamento.

Così la costanza della lunghezza non esiste più se non in uno stesso sistema, due sistemi che sono in moto relativo hanno unità di misure diverse.

7. - La contrazione nel tempo

Oltre alle misure di lunghezza anche quelle di tempo subiscono alterazione quando si passa da un sistema in quiete ad uno in moto; l'unità di tempo in altri termini è diversa per sistemi che sono tra loro in moto relativo.

È anche questa una deduzione della trasformazione di LORENTZ e quindi rispecchia uno stato di cose connesso con i mezzi di cui possiamo disporre per la misura del tempo.

Supponiamo due sistemi K e K′ dei quali il secondo sia in moto rispetto al primo con una velocità relativa *v*. In ciascun sistema sia un osservatore che sappia misurare il tempo, ed entrambi gli osservatori usino lo stesso metodo, in modo che finchè essi appartengono allo stesso sistema le loro misure coincidono. Quando il secondo sistema si mette in moto gli intervalli che l'osservatore in esso misura sono diversi da quelli che misura l'osservatore dell'altro sistema in quiete.

Si può anche qui illustrare il fatto con un esempio proposto dal MARCOLONGO. Sopra una strada rettilinea vi siano due osservatori uno dei quali *O* resta fisso in una stazione, l'altro O′ si muove verso l'estremo C della strada con una velocità *V*. I due osserva-

tori hanno con sè dei piccioni viaggiatori dei quali quelli che possiede *O* sono originari della stazione *C*, quindi quando vengono lanciati si muovono verso *C*, quelli che porta con se *O*′ appartengono invece alla stazione *O*, e quindi appena liberi tornano ad *O*. Gli uni gli altri hanno la stessa velocità di volo *c*.

I due osservatori sono convenuti di lanciare ciascuno un piccione ad intervalli regolari di tempo, per es., ad intervalli τ. Entrambi cominciano a contare i tempi dall'istante in cui *O*′ parte da *O*. Dopo l'intervallo τ convenuto l'osservatore *O*′ lancia il primo piccione. La strada che il piccione deve fare è quella che *O*′ ha già percorso, ed *O*′ in un tempo τ ha percorso una lun-

ghezza di cammino espresso da τ v. A percorrere questa via il piccione impiegherà un tempo $\frac{\tau v}{c}$ quindi giungerà in O dopo un tempo $T = \tau + \frac{\tau v}{c}$ dal momento in cui O ed O' si sono separati. Se per semplicità rappresentiamo con β il rapporto tra la velocità v del viaggiatore e quella c del piccione potremo scrivere che

$$T = \tau (1 + \beta)$$

I successivi piccioni lanciati da O' ad intervalli τ giungeranno sempre in O ad intervalli T.

Vediamo a quali intervalli i piccioni di O raggiungono O'.

Dopo un primo intervallo τ l'osservatore O lancia il primo piccione. Poichè supponiamo che la velocità del piccione è più grande di quello dell'osservatore O' così il piccione raggiungerà O'.

Chiamiamo T' il tempo percorso tra la partenza di O' da O e il momento in cui il primo piccione lo raggiunge. Durante questo tempo l'osservatore O' ha percorso un cammino espresso da T' v. Il piccione ha dovuto anche esso percorrere lo stesso cammino ma in un tempo più breve perchè è stato lanciato dopo un intervallo di tempo τ dalla partenza di O'. Esso dunque ha camminato per un tempo espresso da $T' - \tau$, e il cammino che ha fatto in questo tempo sarà $(T' - \tau)$ c. Eguagliando questi due cammini avremo una espressione che permette di ricavare T, che finora non conosciamo. Avremo:

$$T' v = (T' - \tau) c$$

da cui si ricava

$$T' = \frac{\tau}{1 - \beta}$$

dove β ha ancora il valore v/c.

I successivi piccioni raggiungeranno sempre il viaggiatore O' ad intervalli di tempo T'.

Se paragoniamo la durata dell'intervallo di arrivo dei piccioni in O, intervallo che abbiamo indicato con T, con quello T' di arrivo dei piccioni ad O' troviamo che non sono eguali. E precisamente, poichè β è una grandezza minore di 1, per l'ipotesi di v minore di c, risulta che T' è maggiore di T, ed entrambi sono maggiori di τ. Difatti T è dato da τ moltiplicato per un fattore più grande dell'unità, e T' è eguale a τ diviso per un fattore minore dell'unità.

Il rapporto di T' a T è dato da

$$\frac{T'}{T} = \frac{1}{1-\beta^2}$$

Nell'esempio fatto i due osservatori si accorgono che gli intervalli di tempo dell'uno non sono eguali a quelli dell'altro perchè si tratta di differenze sensibili rispetto agli strumenti adoperati.

Ma nei fenomeni ottici di cuì dobbiamo servirci per la misura del tempo le esperienze non permettono di riscontrare la differenza tra T' e T; tutte le esperienze indirizzate a questo scopo, o a scopi analoghi e connessi con questo, come le esperienze di MICHELSON e MORLEY, hanno dato risultati negativi. Nell'esempio addotto ciò corrisponde al fatto che per l'osservatore il valore di T apparisce eguale a T'. Ora ciò non si può spiegare altrimenti che ponendo che gli intervalli τ di lancio che i due osservatori credono eguali, in realtà non lo siano. Supponiamo infatti che gli intervalli τ, che O' giudica eguali a quelli convenuti con O, siano di fatto alterati da un fattore che diremo k e di cui calcoleremo il valore. Allora gli intervalli di arrivo in O non saranno più $T = \tau(1+\beta)$ ma

$$T = k\,\tau(1+\beta).$$

Se per l'osservatore O', e a sua insaputa, gli intervalli τ che egli calcola sono diventati $k\tau$ quelli di O sono per lui non più τ ma τ/k quindi gli intervalli T' che egli calcola non mantengono più il valore che avevamo assegnato ma diventano espressi da

$$T' = \frac{\tau}{k\,(1-\beta)}$$

e poichè T e T' risultano eguali così si avrà

$$k\,\tau\,(1+\beta) = \frac{\tau}{k\,(1-\beta)}$$

da cui

$$k^2\,(1-\beta^2) = 1$$

e quindi

$$k = (1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}}$$

ossia il tempo di O' giudicato da O risulta moltiplicato per questo

fattore, o, ciò che è lo stesso, diviso per il radicale $\sqrt{1-\beta^2}$. E poichè $\sqrt{1-\beta^2}$ è minore dell'unità, così i tempi adoperati da O' quando vengono osservati da O appariscono più lunghi di quelli che O adopera nel suo sistema in quiete.

Anche per il tempo dunque l'effetto del moto relativo si manifesta nell'introdursi di quello stesso fattore che si aveva nella misura della lunghezza, perchè la β è anche qui il rapporto delle due velocità.

8. - Tempo locale e simultaneità

Un'altra difficoltà nella misura del tempo esiste anche nel paragone degli strumenti che appartengono allo stesso sistema. La lunghezza dell'unità di misura potrà qui essere definita ed unica per tutti gli strumenti finchè tutti prendono parte ad uno stesso stato di moto o di quiete, ma non potremo assegnare un valore unico pel tempo in punti lontani perchè non abbiamo il modo di confrontare orologi lontani.

È ciò che rilevò il Lorentz e che lo condusse ad introdurre il concetto di *tempo locale*.

Quando vogliamo accordare due o più orologi che si trovino a sufficente distanza, anche solo di qualche chilometro, non possiamo disporre che della luce o della elettricità. L'un mezzo vale l'altro. Supponiamo di ricorrere all'uso di segnali luminosi. In una stazione A si trova un osservatore con un orologio e vuole accordarlo con un altro posto in una stazione B ad una distanza di dieci chilometri ma visibile da A. Ad un determinato istante l'osservatore in A manda un segnale luminoso a B e segna l'ora del suo orologio. Indichiamo con t l'istante in cui l'osservatore A manda il segnale. La luce percorre l'intervallo AB in un certo tempo che vogliamo indicare con τ. L'osservatore B riceve il segnale in un istante che col suo orologio determina, e sia t'. Intanto se i due orologi coincidessero dovrebbero aversi che $t' = t + \tau$. L'osservatore B sa per convenzione fatta con A che il segnale sarebbe partito quando l'orologio di A segnava il tempo t. Quindi se potesse con certezza calcolare il tempo τ con questo soltanto avrebbe modo di accordare perfettamente il suo orologio con quello di A. Supponiamo inoltre che il segnale inviato da A, e giunto in B, torni automaticamente in A, per es., riflettendosi in uno specchio situato in B. L'osservatore A riceve il segnale in ritorno ad un tempo t''. Se la luce ha impiegato un tempo τ per andare da A in B e un tempo τ' per tornare in A deve essere $t'' = t + \tau + \tau'$.

L'osservatore *B* ad un altro istante convenuto t_1 manda un segnale verso *A*, e l'osservatore di *A* lo riceve ad un istante t'_1. Se i due orologi sono concordati deve essere $t'_1 = t_1 + \tau'$; e se *A* conosce con certezza il valore di τ' egli può accordare il suo orologio con quello di *B*.

Nell'uno e nell'altro caso l'uno osservatore per accordare il suo orologio con l'altro ha bisogno di conoscere il valore di τ o rispettivamente di τ'. Si può credere che conoscendo esattamente la distanza tra *A* e *B*, e la velocità della luce, il tempo impiegato dal segnale per andare da una stazione all'altra risulti conosciuto. Se ciò fosse vero non avrei avuto bisogno di attribuire un segno diverso al tempo impiegato per andare da *A* in *B* e a quello impiegato nel senso inverso da *B* verso *A*. E allora anche non conoscendo la distanza tra *A* e *B* basterebbe che l'osservatore in *A* dividesse per due la differenza di tempo che egli calcola tra gli istanti t e t'', che ha misurato, per avere il valore costante di τ. Ma nessuno ci autorizza a dire che il valore di τ' sia identico a quello di τ. Per poter asserire ciò bisognerebbe affermare che il sistema in cui sono fissate le due stazioni *A* e *B* è in quiete rispetto al mezzo che trasporta le vibrazioni luminose, o per lo meno che, se si muove, la direzione del suo moto sia perpendicolare alla direzione che congiunge *A* con *B*. Ma sappiamo che il moto vero di un corpo non lo possiamo determinare, e quindi non abbiamo nessun diritto di asserire che la velocità con cui il segnale si muove in un determinato senso sia eguale a quella con cui si muove nel senso contrario.

Resta così impossibile accordare con tal metodo i due orologi.

Si potrebbe pensare ad un secondo modo. Si accordano perfettamente due orologi in uno stesso punto *A*, e uno dei due orologi si trasporta in *B*. Ma anche in questo caso non possiamo più asserire che i due orologi andranno ancora d'accordo dopo che uno di essi è stato trasportato lontano. E ciò non solo per i guasti che possono essere intervenuti, e che possiamo supporre non intervengono, ma perchè il moto meccanico dell'orologio è influenzato dalle azioni dei corpi vicini, e al cambiar di posto queste azioni evidentemente cambiano; e finalmente perchè sappiamo che il moto ha alterato l'unità di lunghezza del tempo.

Non abbiamo dunque modo di confrontare orologi lontani, e quindi di misurare il tempo con una stessa misura pei fenomeni lontani.

Non ci resta che attribuire un valore locale al tempo e di misurare i fenomeni con un *tempo locale*.

Si può osservare che le incertezze che possiamo avere in tali misure sono eccessivamente piccole. Basti pensare che un raggio di luce percorrerebbe tutto il diametro terrestre in un tempo che è presso a poco un ventesimo di secondo. Sappiamo anche che per mezzo di segnali radiotelegrafici si può riuscire ad accordare orologi posti in punti lontani del globo terrestre fino ad un centesimo di secondo. L'incertezza che può intervenire nella misura del tempo è dunque in ogni capo una frazione piccolissima di secondo. Resta vero però che una misura assoluta unica del tempo non possiamo farla nelle condizioni in cui ci troviamo.

Connessa con questa è anche la difficoltà di assegnare la *simultaneità* di due fenomeni. Se non possiamo paragonare i tempi di luoghi lontani non possiamo neppure assegnare la simultaneità di fenomeni lontani. Possiamo soltanto assumere come convenzione di chiamare simultanei due fenomeni che ci si manifestano contemporaneamente, ma con questo definiamo una simultaneità nella percezione, non nei fenomeni.

Il concetto di simultaneità include anche un nuovo grado di incertezza quando i fenomeni si compiono in sistemi che sono tra loro in moto relativo. Due fenomeni che, nel senso detto, sono simultanei per un osservatore fermo non lo sono per un osservatore in moto. Si può illustrare con l'esempio proposto da Einstein.

Supponiamo un osservatore O fermo lungo una strada ferrata rettilinea. Due punti della ferrovia abbastanza lontani tra loro sono

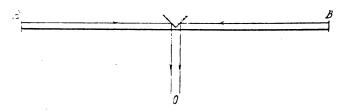



Fig. 4.

colpiti dalla folgore. Se io dico che i due punti sono stati fulminati nello stesso istante che cosa intendo di dire, e come posso verificarlo? È chiaro che l'osservatore O non può trovarsi contemporaneamente nei due punti colpiti e misurare i tempi con un solo orologio. Bisognerà che egli prenda una posizione nel punto di mezzo tra i due punti colpiti e verifichi se i due fenomeni luminosi giungono a lui nello stesso istante, per esempio osservando con due specchi inclinati a 45°. Supponiamo che in questo modo

l'osservatore *O* che sta fermo abbia giudicato che le due fulminazioni in *A* e in *B* sono avvenute contemporaneamente.

Se ora lo stesso fenomeno è osservato da un'altro osservatore *O* che non sta fermo, ma è anzi in moto con una certa velocità, per es., da *A* verso *B*. I due fulmini che erano simultanei per *O* lo saranno anche per *O'*?

Per giudicare sul quesito supponiamo che *O'* sia in un vagone ferroviario in moto da *A* verso *B*, lunghissimo, i cui estremi coincidono con i punti *A*, e *B* quando essi sono colpiti. E supponiamo che lungo il vagone siano disposti tanti osservatori, a distanze eguali, per es., di un metro l'uno dall'altro, e tutti forniti del doppio specchio. Si capisce subito che l'osservatore *O'* che supponiamo stia proprio nel punto di mezzo del vagone, posizione che nell'istante del colpo coincide con *O*, non vedrà i due fenomeni simultanei perchè egli col moto del vagone si va avvicinando al punto *B* ossia va incontro alla luce che gli viene da *B*, quindi giudica che la folgore di *B* sia avvenuta prima di quella in *A*. Ci sarà un'altro osservatore lungo il treno, nella metà di coda, per il quale i due fenomeni appariscono simultanei, me egli sa di essere a distanze diverse dagli estremi del vagone.

Dunque i due fenomeni sono simultanei rispetto alla strada ferrata, ma non lo sono rispetto al treno in movimento. Quindi il concetto di s i m u l t a n e i t à apparisce come un concetto r e l a t i v o allo stato di quiete o di moto del sistema in cui si considera.

Nella misura del tempo dunque ci troviamo davanti a difficoltà molteplici, non possiamo assegnare la simultaneità di fenomeni lontani, non possiamo accordare orologi lontani, non possiamo usare una stessa unità di misura per i sistemi in quiete e per quelli in moto, anzi l'unità stessa dipende dalla velocità del sistema.

Bisogna però avvertire che queste difficoltà sono inerenti alla limitazione dei mezzi di osservazione di cui disponiamo. Il fattore di riduzione che abbiamo trovato per le misure del tempo e nelle misure di spazio, contiene un termine correttivo in cui figurano a denominatore il quadrato della velocità della luce perchè è appunto dei fenomeni luminosi di cui dobbiamo servirci per le misure. Se quella velocità diventasse infinitamente grande il termine correttivo sparirebbe. In altri termini se per giudicare dei fenomeni potessimo disporre di un mezzo che trasporti l'azione senza impiegar tempo, per andar da un punto all'altro anche lontanissimo, allora tutte le difficoltà sparirebbero.

Evidentemente un'azione fisica che si trasporti senza impiegar tempo non può esistere.

9. - Il continuo di Minkowski

Gli studi del LORENTZ indirizzati a dar ragione del risultato negativo delle esperienze di MICHELSON e MORLEY, e delle analoghe, avevano condotto ad introdurre nelle equazioni una quarta coordinata, il tempo. Ciò era richiesto dal fatto che non ci è possibile assegnare del tempo una misura assoluta, ma dobbiamo definire un tempo proprio per ogni punto dello spazio, e quindi connettere questa quarta variabile alle altre tre dello spazio. Restava però ancora distinto il concetto di tempo da quello di spazio.

Il MINKOWSKI ha introdotto una modificazione radicale in questi concetti. Egli non considera più il tempo come una grandezza distinta dallo spazio, nè lo spazio come una grandezza distinta dal tempo, ma introduce il concetto di un continuo nuovo in cui ogni punto è definito da quattro grandezze, un continuo a quattro dimensioni.

In geometria il continuo può essere ad u n a d i m e n s i o n e o a d u e, o a t r e o a più d i m e n s i o n i.

Una linea è una grandezza continua ad una dimensione, una superficie a due dimensioni, un volume a tre. Nella linea la posizione d'un punto si può assegnare dando la sua distanza da un punto fisso come origine, diciamo dunque con una sola coordinata. Sopra un piano la posizione di un punto richiede che si assegnino due grandezze, le due distanze che bisogna percorrere in due direzioni ortagonali, partendo da un punto fisso come origine, per giungere al punto che si vuole. Si richiedono dunque due coordinate. In un volume se ne ne richiedono tre.

Ma si possono immaginare dei continui geometrici più complessi in cui si richieda un numero maggiore di coordinate. Di questi spazii ad un numero di dimensioni maggiori di tre non possiamo formarci un'immagine spaziale perchè il nostro mondo fisico è esaurito con tre dimensioni. E la geometria euclidea, che finora è ancora l'unica geometria che descriveva il mondo reale, non include che grandezze ad una, o a due, o a tre dimensioni.

Quando dobbiamo misurare la lunghezza di un filo, o di una strada di cui non ci occupiamo della larghezza, abbiamo un continuo ad una dimensione, e assegniamo la posizione di un punto dando la distanza da un nodo del filo, o da una stazione della strada. Sopra una superficie abbiamo bisogno di due grandezze, come per assegnare un punto della superficie della terra ricorriamo alla latitudine e alla longitudine. Per un punto qualunque

dello spazio abbiamo bisogno di aggiungere una terza grandezza, l'altezza o la profondità, e con questo il mondo fisico è esaurito.

Quando il MINKOWSKI aggiunge una quarta cordinata non considera nè uno spazio puramente geometrico né puramente fisico. È una concezione nuova.

Nell'esempio della palla lanciata dal canottiere, che abbiamo studiato nel secondo paragrafo, la posizione della palla in ogni istante ci veniva individuata dalle tre coordinate x, y, z. Ad ogni terna di valori di queste grandezze corrispondeva dunque un valore determinato del tempo. Si può dunque dire che la posizione della palla era individuata non da tre ma da quattro grandezze, la quarta grandezza era il tempo. Non abbiamo però con questo un continuo a quattro dimensioni, perchè le quattro grandezze appartengono a due gruppi distinti che corrispondono a due concetti distinti, lo spazio e il tempo.

Ora da una posizione all'altra della palla, poichè certamente il punto nello spazio è cambiato, è cambiato anche con questo la misura e la nozione del tempo, secondo quanto si è detto nei paragrafi precedenti. Non è dunque più permesso connettere il tempo di ora col tempo di allora perchè sono due cose diverse. E se anche considero un punto che io credo restar fisso nello spazio, col solo fatto che cambia il tempo da un'istante all'altro non ho più diritto di ritenere che quel punto abbia conservato per così dire la sua individualità. Così ragiona il MINKOWSKI. E ne segue che non si può più distinguere il concetto di spazio da quello di tempo. (1).

Lo spazio in se stesso, egli dice, e il tempo in se stesso debbono piombar nelle tenebre, e soltanto un composto nuovo di questi due concetti deve acquistare una propria individualità. È un continuo nuovo a quattro dimensioni; di cui originariamente tre erano di spazio e una di tempo, ma in cui non dobbiamo più saper distinguere ciò che appartiene all'uno e ciò che all'altro, perchè il nuovo continuo, che si può anche chiamare il continuo spazio-tempo è in realtà una lega dei due concetti in un concetto nuovo, unico.

Se si vuole in qualche modo distinguere ancora il tempo nel continuo di MINKOWSKI si può dire che il tempo è una delle quattro direzioni in cui un punto, od un corpo, si muove senza bisogno di

(1) Il lavoro originale del MINKOWSKI è un opuscolo edito da Teubner nel 1909 dal titolo *Raum und Zeit.* Ne esiste una traduzione italiana nel Nuovo Cimento (5) vol XVIII. 1909.

energia: un punto che sta in quiete non ha bisogno di nessuna forza per rimanermi, ma ciò non ostante quel punto procede secondo la direzione del tempo, perchè pur restando il punto fermo il tempo passa.

Il MINKOWSKI trovò conveniente di esprimere sotto forma immaginaria la quarta variabile del suo sistema che originariamente corrisponderebbe al tempo, sicchè nelle formole la quarta coordinata contiene sempre il fattore $\sqrt{-1}$.

L'elemento nel continuo di MINKOWSKI è un punto definito da quattro grandezze, x_1, x_2, x_3, x_4, a cui si dà il nome di punto *evento.*

Un punto materiale può essere definito come un'evento, ma un evento può anche essere un'individualità umana. Una linea rappresenta gli spostamenti che il punto evento subisce, rappresenta la sua storia, o la sua vita, e prende il nome di linea universale (Weltlinie).

Le relazioni che passano tra due o più linee universali sono le relazioni che passano tra i corpi, tra gli individui; un' intersezione di due o più linee è un fenomeno in cui intervengono due o più corpi, due o più individui.

L'insieme di tutti i corpi esistenti in un determinato istante sarebbe la sezione dell'universo a quattro dimensioni, fatta perpendicolarmente all'asse dei tempi, se il concetto di tempo si potesse ancora distinguere.

L'intervallo fra due punti eventi è la distanza calcolata con i criteri geometrici. Questa distanza, o intervallo, apparisce come calcolata in un modo assoluto, ossia indipendente dalle condizioni in cui si trovi un osservatore qualsiasi.

Consideriamo il suono di un carillon in due ore successive: abbiamo due eventi che per un osservatore terrestre fermo sulla strada vengono distinti così: posizione nello spazio, identica per i due fenomeni, perchè è lo stesso campanile che suona, posizione nel tempo, distanza di un'ora tra un suono e l'altro. Per un osservatore che voli in areoplano i due fenomeni hanno una distanza diversa nello spazio perchè l' osservatore si trova in posizioni diverse rispetto al campanile nei due momenti del suono; posizione nel tempo, maggiore di un'ora perchè se passava sul campanile al primo suono, al secondo si troverà ben lontano e il suono arriverà con ritardo sensibile. Nello spazio del MINKOWSKI non si può separare la distanza nello spazio dalla distanza nei tempi, perchè i due concetti non si distinguono più e non si ha che un'intervallo unico calcolato in forma geometrica.

La difficoltà resta nell'assegnare il significato reale a questo intervallo così calcolato.

Questo nuovo continuo del MINKOWSKI potrebbe chiamarsi il primo postulato fondamentale della teoria generale della relatività.

10. - Il principio di equivalenza di Einstein

Il *principio* di *equivalenza* formulato da EINSTEIN può chiamarsi il secondo postulato fondamentale della teoria generale della Relatività. Si può illustrare questo principio esaminando i fenomeni della gravità. Storicamente EINSTEIN fu condotto a porre questo principio appunto studiando il problema della gravitazione.

La gravità è una forza che tutti conosciamo per i suoi effetti, ma la cui natura è sfuggita sin qui alle ricerche di tutti gli scienziati. Sappiamo ormai qualche cosa della natura del calore, della luce, dell'elettricità, del magnetismo, ma di questa di cui i fenomeni sono per noi i più ovvii, non sappiamo dir niente. Sappiamo però quali sono gli effetti della gravità e quali sono le leggi della caduta dei gravi.

EINSTEIN procede così. Poichè non conosciamo la natura di questa forza che chiamiamo gravità, ma ne conosciamo gli effetti, sostituiamo a questa, incognita, una causa diversa, ma cognita, che produca gli stessi effetti. La natura di questa causa conosciuta potrà guidarci alla conoscenza di quella ignota, ed anche, nelle nostre formule potrà completamente sostituirsi a quella.

E allora vediamo come si può costruire uno spazio che abbia le stesse qualità di un campo gravitazionale. È ormai noto l'esempio della cassa mobile di EINSTEIN. Supponiamo una cabina di ascensore che si trovi completamente isolata nell'universo. Ma non sia lasciata libera a sè stessa, sia invece retta da una catena a cui è sospesa all'esterno superiormente, e lungo questa catena agisca una forza costante. L'effetto di questa forza è un moto uniformemente accelerato che si comunica alla camera dell'ascensore. Entro la camera siano uno o più osservatori muniti dei loro strumenti di misura. Essi non conoscono di essere in movimento, perchè non vedono niente fuori della loro casa a cui possano riferirsi. Al primo muoversi della camera tutti i corpi che si trovano all'interno vengono urtati dal fondo della camera che si solleva, mentre essi tendono a rimaner fermi per inerzia. Una volta in contatto con

esso il moto di tutta la camera viene comunicato anche ai corpi interni. Gli osservatori che stanno in piedi ricevono anche essi il moto dell'insieme che si trasmette dal pavimento alle gambe, in modo che ricevono la stessa impressione di chi si sente appoggiato a terra per effetto del proprio peso. Se un osservatore tiene in mano un'oggetto qualunque, ad una certa altezza dal pavimento, e in un certo istante lo lascia, il corpo lasciato seguita a muoversi con la velocità che aveva nell'istante in cui è lasciato, mentre tutto l'insieme si muove con moto accelerato. Sicchè il moto relativo del corpo rispetto alla camera è un moto accelerato, la differenza cioè di due moti propri, è diretto verso il pavimento, e la sua accelerazione è, in valore assoluto, quella stessa dell'ambiente. Il moto di quel corpo avviene dunque come se vi fosse una forza che lo attira verso il pavimento. Per qualunque oggetto gli osservatori ripetono l'esperienza, verificano che l'accelerazione con cui si avvicinano al pavimento è uguale per tutti.

Ora ciò è appunto quello che si verifica in un campo di gravità: tutti i corpi cadono con moto accelerato e l'accelerazione è eguale per tutti.

Gli osservatori della camera possono quindi illudersi di trovarsi in un campo gravitazionale. Se potessero vedere all'esterno della loro abitazione si meraviglierebbero vedendo che sotto di loro non c'è niente, e non comprendono come la loro casa non scenda come scendono i corpi; se poi vedessero la corda metallica che li sorregge attribuirebbero a quel sostegno quello che essi credono immobilità e non si accorgerebbero che è invece con quella che essi e la loro camera vengono sollevati con moto accelerato.

L'esempio di Einstein verifica anche l'eguaglianza che sappiamo esistere tra la massa inerte e la massa pesante. Difatti un corpo sospeso nell'interno della camera prende col filo la direzione stessa di caduta e la tensione del filo è quella necessaria per comunicare al corpo sospeso l'accelerazione della camera.

Abbiamo così il caso di un piccolo mondo sospeso nel vuoto, entro cui un moto accelerato simula un campo di gravità.

Si può fare anche il caso reciproco, di un corpo cioè, immerso in un campo di gravità e per il quale un moto accelerato sopprime gli effetti della gravità.

Supponiamo ancora una cabina di ascensore, non più però isolata nel vuoto, ma immersa in un campo gravitazionale, per es., sulla terra. Immaginiamo che la tromba dell'ascensore sia molto profonda in modo che la cabina possa scendere finchè vogliamo. Non sia però sospesa alle funi metalliche, ma scenda liberamente

per il proprio peso. L'accelerazione che essa acquista è quella della gravità, di nove metri e ottanta centimetri circa al secondo, sicchè in poco tempo la velocità va diventando molto grande.

Anche qui siano degli osservatori con i loro strumenti. Se essi tengono sospesi dei corpi nell'interno della loro camera, e poi li lasciano, i corpi non cadono ma restano fissi là dove li hanno lasciati. La ragione di ciò è ovvia, la quiete di quei corpi è apparente, essi si muovono di fatto insieme a tutta la cabina e con lo stesso moto accelerato, quindi non esiste nessun moto relativo tra essi e la cabina. Gli osservatori che non conoscono di essere in movimento giudicano che intorno ad essi non esiste nessun campo di gravità.

Nell'uno e nell'altro caso il moto accelerato della cabina equivale ad un campo di accelerazione della gravità. Si può dunque dedurre che un campo gravitazionale può essere sostituito con un campo di accelerazione. E generalizzando può dirsi che un campo di forza può essere sostituito con opportune proprietà dello spazio; ed è questo il *principio della equivalenza* di EINSTEIN.

11. - Il campo gravitazionale di Einstein

Posto una volta il principio di equivalenza si può fare astrazione da tutte le forze conosciute e sostituire loro opportune condizioni a cui lo spazio deve sottoporsi.

EINSTEIN risolse il problema per il caso del campo gravitazionale, ma la soluzione che ne ha dato si adatta a criteri più generali. Il problema consisteva nel definire le proprietà geometriche di uno spazio che equivalessero agli effetti della gravità. Lo spazio è quello del MINKOWSKI. La natura dello spazio viene definita dalla forma algebrica dell'elemento lineare.

L'elemento lineare è la distanza tra due punti molto vicini. Se i due punti appartenessero ad uno spazio piano riferito a due assi ortagonali la distanza tra essi è sempre rappresentata dalla ipotenusa di un triangolo rettangolo i cui lati sono paralleli ai due assi di riferimento. E allora, se chiamiamo con dx il piccolo cateto parallelo all'asse x, con dy quello parallelo all'asse y, con ds l'ipotenusa, il teorema di Pitagora ci permette subito di scrivere

$$ds^2 = dx^2 + dy^2$$

Più in generale il ds^2 conterrà tre termini perchè oltre i due termini quadratici conterrà anche un termine col prodotto dei due elementi $dx\ dy$.

Se invece di uno spazio piano a due dimensioni siamo nello spazio ordinario a tre dimensioni $x, y, z,$ l'elemento ds può essere espresso da

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

ma anche più in generale l'espressione di ds^2 conterrà oltre che i termini quadratici anche gli altri di 2° grado formati dai doppi prodotti dei $dx, dy, dz,$ e quindi sarà espresso da sei termini a ciascuno dei quali competerà un coefficente ordinariamente diverso dall'unità.

Nel continuo di Minkowski a quattro dimensioni, in cui non si distinguono più le coordinate di spazio e quella di tempo, le quattro variabili si sogliono rappresentare con i simboli x_1, x_2, x_3, x_4.

L'espressione del ds^2 comprende qui dieci termini, tutti di secondo grado, e a questi competano dieci coefficenti. Le proprietà del campo dovranno figurare appunto in quei coefficenti. Quando si assegnano i dati di un problema bisogna cominciare dal ricercare se le condizioni espresse sono compatibili o no col problema. Qui abbiamo dieci grandezze da determinare. Se le condizioni assegnate dal problema si possono esprimere in un numero di equazioni minori di dieci il problema resta indeterminato, ossia il problema non ammette una sola soluzione, ma un numero molto grande, anzi in generale, un numero infinito di soluzioni. Se invece il numero di equazioni di condizioni supera il numero delle grandezze disponibili, in questo caso di dieci, allora il problema in generale non ammette soluzioni. Soltanto nel caso che per dieci grandezze da assegnare esistano dieci condizioni il problema si può risolvere ed esiste una sola soluzione.

Nel caso attuale del campo gravitazionale i dati del problema, ossia la proprietà che conosciamo e dobbiamo assegnare allo spazio che vogliamo definire, si riducono appunto a dieci equazioni.

Il problema è dunque determinato ed esiste una sola soluzione.

Penetrare nella tecnica di questa soluzione richiede una conoscenza non comune di analisi matematica. Einstein (1) è giunto alla soluzione con i processi di quello che oggi si chiama il *cal-*

(1) Le memorie originali dell'Einstein sono pubblicate nei resoconti dell'accademia reale di Berlino. Il primo lavoro sulla relatività generale è questo: *Zur Allgemeinen Relativitätstheorie* — sitzb. kön. Preuss. Akad. d. Wiss. p. 778 - 1915. L'anno appresso egli pubblicò: *Die Grundlage der Allgemeinen Relativitätstheorie* — Leipzig 1916. I lavori precedenti dell'Einstein si riferiscono alla relatività in senso ristretto.

colo assoluto, che sono stati sviluppati dagli italiani RICCI e LEVI-CIVITA (1) sopra i criteri del RIEMANN e del CHRISTOFFEL.

Il risultato della soluzione consiste nel potere scrivere l'espressione completa dell'elemento *ds*. Nella sua forma generica si può scrivere

$$ds^2 = \sum_{1}^{4}{}_{ij} g_{ij} \; dx_i \, dx_j$$

in cui il secondo membro è niente altro che una forma abbreviata della somma dei dieci termini che contengono i doppi prodotti degli elementi dx ; i coefficenti g_{ij} contengono le proprietà del campo. L'espressione completa si ottiene sostituendo agli indici i e j i valori 1, 2, 3, 4.

Le g_{ij} sono le componenti di quello che si chiama il *tensore fondamentale* per l'importanza che acquista nella teoria. Il *tensore gravitazionale* ha per componenti grandezze espresse dalla formola

$$G_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} G$$

in cui le G_{ij} si deducono, con una serie di operazioni rappresentate dai simboli di CHRISTOFFEL e di RIEMANN, dalle g_{ij} e la G è una combinazione delle g_{ij} e delle G_{ij}.

La natura delle equazioni gravitazionali varia con la natura del campo. Si può immaginare un campo di gravitazione in cui non esista se non l'effetto della forza e pel resto sia vuoto, nel senso ordinario. È ciò che si chiama un campo gravitazionale puro. Può invece trattarsi di uno spazio in cui siano presenti altri agenti, come, per esempio, la massa di un corpo, o un'azione elettromagnetica, o simili; tutto ciò si chiama col nome generale di *materia*.

Le equazioni gravitazionali si possono riassumere nelle due espressioni simboliche

$$G_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} G = 0$$

$$G_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} G = -8\pi T_{ij}$$

secondochè il campo è vuoto o no.

(1) G. RICCI e T. LEVI-Civita — « *Methodes de calcul differentiel absolu et leurs applications* ». Math. Ann. B. LIV.

In uno spazio senza *materia*, e a distanza infinitamente grande dalla materia, lo spazio a quattro dimensioni di MINKOWSKI - EINSTEIN acquista le proprietà geometriche dello spazio euclideo, ma in vicinanza dei corpi, o dove si fanno sentire altre azioni, lo spazio si modifica, si incurva, non è più euclideo.

Naturalmente le equazioni d'EINSTEIN corrispondono a quella proprietà fondamentale che si richiedeva, che cioè esse siano invarianti rispetto ad una qualsiasi sostituzione di variabili, e quindi valgono per qualunque sistema di riferimento, anzi potrebbe dirsi che sono espresse in una forma assoluta non connessa con alcun sistema di riferimento. È connessa solo con i postulati su cui è basata la teoria.

12. — La curvatura dello spazio

Tra le proprietà del campo d'EINSTEIN una delle più caratteristiche è la curvatura dello spazio. Non è facile concepire che cosa sia una curvatura dello spazio a tre o più dimensioni ma ci si può formare una idea per quello che avviene in uno spazio a due dimensioni.

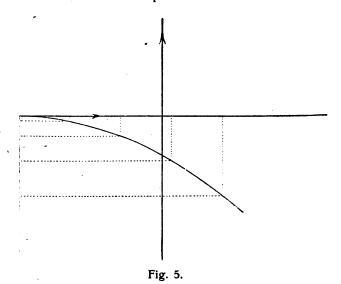
Supponiamo una lamina liquida sottilissima piana; per es., un velo di acqua saponata, teso entro un anello di fil di ferro. Finchè nessuna forza agisce sulle due faccie di questo velo, neppure il proprio peso che possiamo supporre trascurabile, la lamina resta piana. Ma se sopra una faccia si esercita una pressione maggiore che sulla opposta la lamina si incurva cedendo alla pressione.

Se nella lamina piana avessimo potuto disegnare delle rette, come i diametri e i paralleli, dopo l'incurvatura della lamina quelle rette non sono più tali.

Qualche cosa di simile avviene nello spazio a quattro dimensioni del MINKOWSKI definito nella relatività generale d'EINSTEIN. Lo spazio non sottoposto ad alcuna forza, e quindi lontano dall'azione di qualunque corpo, è uno spazio piano come quello che si considera nella geometria euclidea. Ma se in un punto dello spazio si manifesta una forza, o esiste un corpo, lo spazio si incurva. E allora le rette e i piani divengono linee e superficie curve.

Questa curvatura non sarebbe facile metterla in vista. Torniamo all'esempio della lamina liquida. In quel velo sottilissimo, il cui spessore è tanto piccolo che possiamo trascurarlo, supponiamo vivano dei piccolissimi esseri intelligenti, tanto piccoli che non riescano mai nella loro vita a percorrere che una porzione

piccolissima del loro mondo piano. Quando il loro universo viene incurvato da qualche forza esterna essi non hanno alcun modo di avvedersene, perchè nelle misure di distanza che essi fanno non possono uscire dal loro mondo superficiale. Lo stesso viene per noi secondo le teorie relativistiche. Le nostre escursioni non giungono che a piccolissima porzione dello spazio dell'universo, e nel misurare le distanze e le grandezze non possiamo uscire dalla curvatura stessa. Del resto per definire una retta noi diciamo che è la più breve distanza tra due punti. Questa definizione si adatta anche a quella linea che nello spazio curvo sostituisce la retta, ossia alla geodetica. Fisicamente per giudicare di una retta ricorriamo alla vista, ma la luce di cui ci serviamo deve anche essa adattarsi alla curvatura dello spazio.

Fig. 5.

Ed è questa una delle conseguenze più notevoli che si deducono dalla teoria di Einstein: la luce non si propaga in linea retta. Di questa conclusione possiamo facilmente assegnare una ragione intuitiva dopo ciò che s'è detto. Ritorniamo un momento all'esempio della cabina isolata nello spazio e sollevata con moto accelerato continuo. Supponiamo che da un punto molto lontano venga lanciato, da un ignoto abitatore dello spazio, un proiettile in direzione della cabina. Il proiettile percorre una traiettoria rettilinea perchè non esiste nessuna ragione che la traiettoria si incurvi. Gli abitatori della cabina lo vedono. Essi ne seguono la traiettoria

e la giudicano parabolica. Infatti il moto relativo del proiettile e della cabina è un moto risultante del moto del proiettile e di quello della cabina, e quindi è un moto parabolico perchè risultante di un moto uniforme e di uno uniformemente accelerato. Poichè il moto della cabina non è conosciuto dagli osservatori interni essi attribuiscono tutto il moto al proiettile e lo vedono infatti andarsi allontanando da loro con moto uniformemente accelerato e precisamente con una accelerazione eguale e di segno contrario a quella che essi posseggono, questa accelerazione e la velocità uniforme del proiettile sono le componenti del moto parabolico.

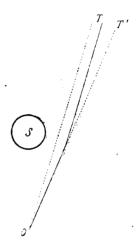



Fig. 6.

L'incurvatura così simulata dal moto relativo è connessa col campo gravitazionale simulato dal moto stesso. Quello che si dice per il proiettile si può ripetere per un raggio di luce. Se un raggio di luce si propaga in uno spazio in cui non esistono forze gravitazionali il suo cammino è rettilineo, ma se passa in vicinanza di un corpo attraente, per es., il sole, il raggio si incurva.

Questo risultato previsto dalla teoria di Einstein ha avuto una conferma sperimentale. Nell'eclisse totale del Maggio 1919 fu fotografata la parte del cielo ove era il sole, e sulla lastra si ebbe l'impressione di alcune stelle che si resero visibili. La stessa zona di cielo fu fotografata qualche tempo dopo quando il sole ne era già lontano. Misurata la distanza relativa delle stelle segnate sulla

lastra si verificò che la presenza del sole aveva alterato quelle distanze, in altri termini la presenza del sole aveva provocata una deviazione dei raggi luminosi uscenti dalle stelle. Il fenomeno si può rappresentare così. Sia in *S* (fig. 6) il sole e in *O* un osservatore. Un raggio di luce uscendo da una stella *T* al passare in vicinanza di *S* si incurva presentando una concavità verso *S* e poi prosegue quasi rettilineamente. L'osservatore *O* che giudica le stelle secondo la tangente alla traettoria curvilinea la vede in *T'* invece che in *T*.

Naturalmente lo spostamento delle immagini nelle lastre era appena di qualche centesimo di millimetro. La coincidenza tra i valori calcolati con la teoria, e quelli dedotti dalla misura delle lastre riuscì sorprendente.

Questa conferma guadagnò alla teoria una fiducia molto vasta nel mondo scientifico.

Prima di questo si aveva avuto un'altra conferma sulla spiegazione dello spostamento nel moto perielico di Mercurio. Si sapeva già che l'elisse che quel pianeta descrive intorno al sole, conforme la legge di KEPLERO, si andava spostando continuamente e le tavole del LEVERRIER avevano anche assegnato il valore dello spostamento che risultava di circa 43" per ogni secolo, ma non si era finora trovata la causa di questo fenomeno. EINSTEIN lo dedusse come una conseguenza della natura dello spazio assegnato nelle sue forme.

Una terza conseguenza controllabile con l'osservazione consiste in uno spostamento delle righe spettrali. Questo risultato si può connettere con ciò che si è detto sulla misura del tempo. Abbiamo visto che l'unità di misura non è la stessa in un sistema in quiete e in uno in moto. Ebbene gli elettroni vibranti possono paragonarsi al pendolo, soltanto il secondo che essi battono è miliardi di volte più piccolo di quello che battono i nostri orologi. Ma elettroni della stessa specie vibrerebbero con periodi diversi secondo la natura del campo gravitazionale in cui sono immersi, quindi il loro periodo sul sole sarebbe diverso da quello sulla terra. Questa terza conseguenza non ha avuto ancora una conferma così brillante come le altre due.

PARTE SECONDA

13. - L'universo relativistico

Nei paragrafi precedenti ho cercato di esporre i concetti che hanno condotto a stabilire una teoria di relatività e quelli che hanno costituito la base della attuale teoria generale della Relatività di EINSTEIN. Nel corso della esposizione mi sono di proposito astenuto dal fare qualunque analisi critica dei concetti e dei postulati introdotti. Ma un'analisi si impone specialmente dopo l'estensione che si è voluto dare al significato ed alla portata della teoria che secondo alcuni costituirebbe una concezione nuova dell'universo.

Si è giunti alla moderna teoria con un processo che a grandi linee si può riassumere così.

a) Esaminando i problemi del moto e i concetti sperimentali di spazio e di tempo si è riscontrato che hanno un valore relativo, nel senso che non ci è possibile fissare lo spazio assoluto, il tempo assoluto, e di conseguenza neppure il moto assoluto. E ciò è risultato come conclusione necessaria del fatto che tutte le esperienze dirette a cercare un sistema assoluto di riferimento hanno avuto un esito negativo.

b) Per sfuggire a questa difficoltà, che si può dire di carattere sperimentale, si è cercato di stabilire le soluzioni analitiche dei problemi del moto e di quelli connessi col moto in una forma che non dipendesse dal sistema di riferimento che si sceglieva, ossia con equazioni che restassero sostanzialmente invariate anche quando al sistema, che nella soluzione si era dovuto supporre come fisso, si fosse dovuto attribuire un moto qualunque che le esperienze avessero poi rivelato. Questo tentativo non riuscì che in parte con le trasformazioni del LORENTZ, e precisamente riuscì soltanto per il caso in cui il moto da aggiungere fosse stato moto rettilineo ed uniforme. E con ciò non si faceva che estendere la proprietà invariantiva che le equazioni del moto hanno anche nella meccanica classica di GALILEO e di NEWTON.

c) Questo studio condusse a riconoscere che nelle misure che noi facciamo di spazio e di tempo dovremmo introdurre un coefficiente correttivo connesso con lo stato di moto del sistema di riferimento. Questo coefficiente contiene il rapporto della velocità del sistema alla velocità della luce. Queste due velocità sono assunte come costanti; la prima perchè è solo per moti rettilinei ed uniformi che le equazioni di LORENTZ sono applicabili, la seconda è assunta costante come un postulato.

d) A sua volta questa deduzione e le altre difficoltà che troviamo nella misura del tempo condussero alla asserzione che il tempo che noi misuriamo non ha che un valore locale.

e) Il MINKOWSKI estendendo queste considerazioni sulla natura del tempo affermò non doversi più separare il concetto di tempo da quello di spazio e quindi doversi in tutti i problemi riferirsi soltanto ad un continuo spazio-tempo a quattro dimensioni che costituisce un sistema indipendente da ogni sistema di riferimento.

f) Finalmente EINSTEIN studiando la natura della gravità pensò potersi sostituire ad una forza incognita nella sua natura gli effetti cinematici che essa produce, e quindi rappresentare un campo gravitazionale con le sole proprietà geometriche del continuo di MINKOWSKI, formulando così un principio di equivalenza che può adattarsi ad un'ampia estensione per tutte le azioni fisiche conosciute. Egli riuscì di fatto ad assegnare così una teoria della gravitazione che sembra sufficiente a risolverne tutti i problemi.

g) La conferma sperimentale che la teoria di EINSTEIN sembra aver ricevuto dalle osservazioni dei fatti ha condotto molti ad asserire che la ricostruzione che si faceva dell'universo e delle leggi fisiche col processo MINKOWSKI-EINSTEIN era l'unica descrizione possibile dell'universo. E poichè si deve confessare che questa ricostruzione non descrive tanto il mondo esterno, ma i fenomeni come noi li percepiamo nelle necessarie limitazioni imposte dai nostri mezzi di osservazione e di misura, così si è detto che noi non possiamo avere del mondo esterno e delle sue leggi nessuna vera conoscenza.

Ecco come uno dei principali fautori della teoria, l'EDDINGTON, descrive l'universo.

Il postulato fondamentale egli dice (1) è questo: l'Uni-

(1) Confronta il libro dell'EDDINGTON *Space Time and Gravitation* Cambridge Univ. Press. 1920, e le discussioni fatte alla Società filosofica inglese, riportate in « *Mind* ». *The meaning of matter and the laws of*

verso è a quattro dimensioni. L'elemento di questo spazio è l'intervallo tra due punti eventi infinitamente vicini. La natura dell'intervallo non possiamo conoscerla, ma possiamo assimilarla ad una espressione geometrica. Ogni relazione tra due punti eventi si riduce alla espressione d'un intervallo. Se i due punti eventi sono due individui umani ogni relazione si può esprimere con uno *ds*. Il principio fondamentale è che ogni parte dell'universo differisce sostanzialmente da un'altra parte. Ciò vale anche se un corpo viene ad occupare successivamente posizioni diverse, ad ogni posizione corrisponde un corpo nuovo ben diverso dal precedente. Il principio della conservazione della materia, significa soltanto questo, che per ogni punto materiale che sparisce in una parte dell'universo ne compare uno di massa corrispondente in un'altra parte vicina. Il concepire la permanenza dell'universo è soltanto una tendenza della mente nostra.

La presenza di sostanza materiale in un luogo non ha altro significato che questo: in quella parte dell'universo il secondo membro dell'equazione di EINSTEIN (1) è diverso da zero. In conformità di ciò è difficile poter dire che la materia esista separata dalla nostra mente.

Le più note leggi della fisica, è sempre, lo stesso autore che parla, non sono inerenti al mondo esterno ma sono imposte automaticamente dal nostro intelletto (2); ed insiste in questo col dire che egli si sente inclinato ad attribuire alla nostra mente tutta la responsabilità delle leggi della meccanica e della gravitazione, e negare al mondo esterno qualunque parte in esse (3). La natura non dà forse neppure il materiale per ciò, quel che dà è soltanto un continuo spazio di punti eventi a quattro dimensioni.

Noi non possiamo eseguire misure di lunghezza perchè per misurare bisogna mettere in movimento il régolo campione, e col movimento la lunghezza del régolo si altera. E se anche si volesse fissare un moto tipo del régolo, per assumerlo come convenzione

Nature according to the theory of Relativity, Aprile 1920, e *The philosophical aspect of the theory of Relativity*, ottobre 1920.

(1) Vedi pag. 37.

(2) « The best known laws of phisics are not inherent in the external world, but were automatically imposed by mind ». The *Mind*, aprile 1920, pag. 145.

(3) « I am almost inclined to attribute the whole responsibility for the laws of mechanics and gravitation to the mind, and deny the external world any share in them ». ib. p. 154.

nelle misure, resterebbe un'altra difficoltà, quella della coincidenza degli istanti nei quali si adatta il regolo sulla lunghezza da misurare, e la coincidenza di due istanti su corpi diversi non ha significato.

Non esiste in un altro mondo, per esempio su Arturo, un istante che coincida con un altro istante della terra.

Tutto questo, secondo questo autore, perchè i nostri sensi non sono sufficienti a darci il mezzo di formare un quadro impersonale del mondo, e questa imperfezione ci forza a ricorrere ad una concezione dell'universo che si allontana dalle immagini che ci sono familiari.

La difficoltà che si incontra nell'accettare il punto di vista relativistico è dovuta a certe ipotesi gratuite sul tempo e sullo spazio che a poco a poco sono penetrate nelle teorie fisiche ordinarie. La tesi relativista ne fa a meno e dimostra che non hanno niente di necessario e non si appoggiano a nessun fatto conosciuto.

Ma dopo tutto questo, quando l'EDDINGTON parla della natura delle cose, conclude con l'asserire che quantunque la teoria della relatività abbia unificato le grandi leggi fisiche in una sintesi meravigliosa pure, per ciò che riguarda la natura delle cose, questa teoria non è che una forma vuota. Questa conclusione dell'EDDINGTON potrebbe essere accettata integralmente se ciò che egli vi aggiunge non ne volgesse il senso, perchè egli finisce col dire che tutto ciò che la scienza ha ritrovato nella natura è quello che l'uomo stesso vi ha messo.

14. - L'errore fondamentale

L'errore fondamentale del punto di vista relativistico sta nell'affermare che noi non possiamo conoscere il mondo esterno e i fenomeni che vi si compiono. E di questa affermazione portano come fondamento il fatto che non ci è possibile rilevare il moto vero dei corpi, e la natura della sostanza e delle forze ci sfugge.

In realtà l'errore relativistico è basato sopra un errore filosofico, sulla concezione kantiana della nostra conoscenza.

Non intendo qui entrare in una discussione filosofica, ma non saranno fuori di posto alcune osservazioni di carattere generale.

Secondo alcuni filosofi, duce il KANT, la nostra conoscenza sensitiva consiste nel percepire la modificazione che si produce nei nostri sensi, senza che possiamo saper nulla di ciò che è fuori di noi.

È evidente che se le cose stessero così noi non soltanto do-

vremmo rinunciare alla ricerca di qualunque scienza, ma dovremmo rinunciare a qualunque operazione esterna. Sappiamo che ogni nostra conoscenza ci viene per mezzo dei sensi e che l'intelletto stesso nel nostro stato attuale non acquista i concetti se non per mezzo dei sensi. E tutta l'esplicazione esterna della nostra vita è fondata sulla conoscenza che abbiamo dei fenomeni fisici e delle leggi fondamentali con cui si svolgono.

L'esperienza quotidiana dei fatti è ciò che ci basta per acquistarne quella conoscenza che ci deve servire nelle applicazioni della vita. Se io non sapessi che il sole vivifica, che il fuoco riscalda, che i buoni cibi nutrono, non potrei servirmi di questi agenti esterni di cui pure ho bisogno.

Il più rude dei coloni conosce abbastanza le leggi della natura per trarre dal suo campicello quei frutti di cui ha bisogno. La buona massaia, anche senza sapere quale è la natura del calore e quale è la temperatura di ebolizione dell'acqua, sa che deve accendere il fuoco sotto il suo paiuolo e sa quanta legna presso a poco le sarà necessario per ciò che vuole. Il fuochista, anche senza conoscere le leggi dell'espansione del vapore, sa bene che l'acqua della sua caldaia deve bollire e il manometro deve raggiungere una determinata pressione perchè lo stantuffo possa mettere in moto la locomotiva. E ciascuno di questi raggiunge il suo scopo. Perchè? Essi conoscono, quanto basta loro, il modo d'agire di quei mezzi di cui si servono, hanno una sufficiente conoscenza del mondo esterno e delle sue leggi nella forma loro proporzionata, e sanno abbastanza che queste leggi restano salde.

Questa conoscenza e questa persuasione non si conciliano con il concetto kantiano nella conoscenza dei sensi. Ed è perciò che quanti negano la vera capacità conoscitiva dei sensi hanno bisogno di cercare dei criteri di ragione pratica che permettono di ritornare verso la realtà oggettiva dopo avere istituito i criteri della ragione pura.

Ma questo ritorno al reale non è possibile se non si è partiti dal reale.

Una più sana filosofia fondata sull'insegnamento dei grandi maestri dell'antichità e di tutti i tempi, e sul senso comune di popoli, ci insegna che i nostri sensi sono realmente f a c o l t à c o n o s c i t i v e con le quali possiamo metterci in contatto col mondo esterno.

Il senso è una facoltà p a s s i v a ossia tale che non viene determinata ad agire se non dall'azione di un agente esterno.

L'oggetto esterno fa impressione su i nostri sensi e li de-

termina ad agire. La vera attività e perfezione del senso, in quanto tale, consiste appunto in questa azione successiva eccitata dalla modificazione prodotta nell'organo dall'agente esterno, e che ha per effetto la formazione dell' i m m a g i n e. E poichè l'azione corrisponde alla impressione ricevuta così questa immagine corrisponde all'oggetto esterno.

Se non fosse così indarno la natura ci avrebbe forniti di sensi; mentre noi crediamo che ci abbia dato il modo di conoscere ciò che è fuori di noi, non ci avrebbe invece dato che il modo di illuderci.

La stessa forma che adoperiamo nel modo di parlare esprime il fatto che noi coi nostri sensi facciamo nostro qualche cosa del mondo esterno; diciamo che percepiamo, che afferriamo qualche cosa, diciamo anche che impariamo, talvolta a nostre spese con la esperienza, la realtà e l'attività degli agenti esterni.

E quando con l'intelletto ci portiamo ad esaminare l'immagine che i sensi hanno riprodotto degli oggetti esterni noi ricerchiamo in essa ciò che essa contiene in quanto r a p p r e s e n t a t i v a dell'oggetto esterno, non in quanto essa è una produzione della facoltà sensitiva. La maggior parte degli uomini non sa niente del modo intimo di agire delle proprie facoltà e delle modificazioni che subiscono le cellule periferiche dei nostri organi o le fibre nervose che le connettono con i centri. Non conosce il modo di funzionare dei filetti, dei bacilli, dei coni, nè le reazioni della porpora e della fuscina nell'impressione luminosa sulla retina, e meno ancora conosce il trasportarsi di queste azioni su quello che chiamiamo senso interno, e il più mirabile formarsi dell'immagine visiva. Non conosce le fibre di Corti nè le macchie e le creste acustiche distribuite nella cavità del labirinto nè il funzionamento del nervo acustico nella percezione dei suoni. Eppure tutti sanno riconoscere gli oggetti e i colori e le sembianze di persona cara, o il suono della sua voce e l'avvicinarsi o l'allontanarsi di essa, e così via.

Naturalmente tutto questo finchè il senso è buono e l'organo è sano e viene applicato all'oggetto proprio. Tutta la natura del senso sta nella capacità di percepire ciò che è esterno, riproducendolo in se nella forma proporzionata. Gli errori e le illusioni o sono dovute ad una alterazione dell'organo o ad un atto successivo di cui il senso non è responsabile.

Se il folle dice di vedere o di sentire cose che di fatto non esistono fuori di lui ciò si deve all'alterazione dei suoi organi.

Se prima di Copernico e di Galileo si diceva che la terra stava ferma e il sole si muoveva intorno ad essa, l'errore non era

dei sensi, ma del modo con cui si interpretava quello che l'occhio riferiva.

Se ad una certa distanza ci viene presentato un fiore, potremo ingannarci credendolo vero, mentre esso è finto, ma l'occhio deve limitarsi al proprio oggetto, il colore e la forma, e non può giudicare della sostanza.

I sensi di per se non errano e non dicono il falso. Il vero e il falso sta in un giudizio con cui si asserisce o si nega qualche cosa che corrisponde o no a quello che è in realtà, il sentire del senso non è che una a p p r e n s i o n e e nella apprensione in quanto tale non può essere errore, perchè è determinata dall'oggetto esterno.

E per difenderci dagli errori possibili risultanti da una delle cause accennate sopra, la natura ci ha arrichito di più sensi, e spesso dalla cooperazione di altri sensi siamo in grado di rettificare l'errore di uno di essi; ma molto più ci ha forniti dell'intelletto dinnanzi al quale possiamo chiamare a giudizio ogni nostra apprensione.

Noi non siamo dunque degli abitatori isolati di un mondo a noi ignoto, i nostri sensi ci mettono in relazione col mondo esterno che percepiamo, con i fenomeni che impariamo a conoscere, e ci offrono il materiale per quel corredo di cognizioni che applichiamo, tanto negli usi comuni della vita, quanto nei capolavori del genio, per cui l'uomo avvince e guida le forze del creato ad imprese grandiose.

E per ciò che riguarda la materia attuale gli scienziati di tutti i tempi, che hanno assegnato le leggi dei fenomeni della natura, hanno sempre inteso di descrivere con ciò i fenomeni come avvengono fuori di noi, e non l'alterazione provocata nei nostri organi sensitivi. Quando GALILEO assegna le leggi del moto, e quelle della caduta dei gravi, sa di parlare realmente dei corpi che si muovono e dei gravi che cadono. E tutti noi sappiamo che le cose avvengono realmente così. E quando l'artigliere ha puntato regolarmente il suo pezzo, di cui conosce la portata e il meccanismo, sa bene quale sarà la traietttoria del proiettile anche se non può seguirne con l'occhio la via.

E se l'astronomo prevede con una precisione mirabile i momenti dei contatti in un eclisse, o dell'occultazione di una stella ciò avviene perchè le formole che egli applica sono l'espressione analitica di quel che si compie tante migliaia di chilometri lontano da lui.

15. - Le teorie matematiche dei fenomeni fisici

Vi è un senso vero nell'asserzione che le teorie matematiche dei fenomeni fisici sono una descrizione ideale dei fatti, ma un senso ben diverso da quello che i relativisti assumono.

Non parlo soltanto di ciò che riguarda la perfezione delle misure, la cui esattezza in pratica è necessariamente limitata dalle imperfezioni inerenti agli strumenti adoperati, e alle operazioni stesse delle misure. Mentre le formole permettono di raggiungere spesso una approssimazione tanto grande quanto si vuole, le applicazioni pratiche non consentono in generale che una approssimazione molto grossolana. È chiaro che il peso di un determinato corpo, in un punto determinato della superficie terrestre ha un valore fisso che non si altera, almeno in un breve periodo di tempo, ma è anche certo che se io mi provo a pesare quel corpo con una ottima bilancia e con tutta la diligenza che mi è possibile e fino alle più piccole frazioni a cui la bilancia è sensibile, e ripeto dieci volte la stessa pesata, probabilmente trovo dieci valori diversi. Ciò non dipende dal fatto che il peso realmente va cambiando, perchè i risultati ora sono più grandi ora più piccoli, senza regolarità, ma dalle imperfezioni dello strumento e dall'operatore.

Di più, anche nello stabilire delle leggi teoriche d'un fatto la cui natura è ben nota, il fisico necessariamente trascura tante cause secondarie che influiscono anche esse nel fenomeno e che, o sfuggono al cercatore, o egli consapevolmente trascura, per poter assegnare una legge. Tutte quelle cause fisiche secondarie, la cui natura non è conosciuta allo scienziato, fanno sì che il fenomeno non si adatti perfettamente alla legge teorica. Se con un cannone perfettissimo un abile tiratore, in circostanze apparentemente identiche, ripete cento volte lo stesso tiro, difficilmente due proiettili colpiscono esattamente lo stesso punto. I bersagli ottenuti saranno distribuiti in una zona più o meno vasta, saranno più frequenti verso la parte centrale di quella zona, e il matematico sa anche assegnare la legge di distribuzione statistica dei punti colpiti intorno al punto ideale che avrebbe dovuto esser colpito sempre. L'influenza incognita di queste cause che sfuggono all'osservatore è anche essa dominata da leggi che costituiscono l'oggetto d'un capitolo molto importante della teoria delle probabilità.

Ma il fisico si occupa spesso di fenomeni che procedono da una causa che egli ancora non conosce. Egli si limita dapprima a

studiare i fatti, a scrutare la loro connessione con le circostanze visibili, riesce spesso ad esprimere con formole le relazioni che passano tra le grandezze che intervengono, pur non conoscendo la natura del fenomeno. Dalla conoscenza dei fatti egli cerca di ricostruire in una forma ideale il processo occulto che sfugge alle sue ricerche, immagina quello che si dice un *modello* del fenomeno, ed esamina se il modello che egli costruisce corrisponde ai fatti che osserva. Si dice allora che il fisico crea una *teoria* del fenomeno. A mano a mano che egli discopre nuove proprietà nei fatti esterni egli delinea nuovi particolari nel suo modello teorico, o modifica quelli che vi avea introdotto. Ma la sua ricostruzione è ancora una ricostruzione ideale. I fatti potranno confermarla o trasformarla.

Boyle e Mariotte avevano scoperto la legge con cui si comprimono i gas, e aveano asserito che il prodotto della pressione per il volume resta costante. Di questo fatto non assegnarono la ragione, la natura del gas era incognita, se ne conoscevano solo alcune proprietà. Più di mezzo secolo dopo Daniele Bernouilli disse che le proprietà che si conoscevano nei gas si potevano spiegare se si ammetteva che una massa gassosa fosse costituita da un numero grandissimo di particelle materiali piccolissime che si agitassero in tutte le direzioni con una velocità media costante, e la pressione che il gas esercitava sulle parti del vaso che lo conteneva si assumesse come la somma di tutti gli urti che queste particelle venivano a dare sul vaso rimbalzando. Era una ricostruzione ideale del meccanismo occulto che non si rivelava che per la legge della pressione e per le altre proprietà di espansione e di elasticità dei gas. Ed era la prima forma rudimentale di quello che oggi costituisce la *teoria cinetica* dei gas. Il modello proposto dal Bernouilli fu fecondo. È andato via via perfezionandosi con le nuove scoperte ed ha acquistato sempre più fiducia dalla conferma dei fatti. Oggi alla distanza di quasi due secoli da Bernouilli non siamo ancora in grado di vedere le molecole di cui sono costituiti i gas, nè di dare una dimostrazione diretta della teoria, ma siamo tutti persuasi che la teoria cinetica dei gas è sulla buona via per rivelarci la vera natura di essi, perchè corrisponde molto bene ai fatti esterni oggettivi.

Una teoria che non fosse capace di descriverci i fatti esterni del mondo reale non può essere una teoria fisica; potrà essere una teoria matematica e non senza qualche utilità.

16. – La teoria della relatività non è una teoria fisica

Il senso che intendo di dare qui al nome di teoria fisica è questo: teoria fisica è quella che descrive uno stato di cose possibile. Questo stato si avvicinerà più o meno allo stato reale che non si conosce, ma deve sempre rappresentare un modo di essere possibile. Se questa possibilità non esiste si potrà avere una teoria rappresentativa ideale, non esprimibile se non in forma matematica.

La teoria della relatività non è una teoria fisica nel senso detto. Quando il MINKOWSKI costruisce il suo continuo a quattro dimensioni edifica un castello la cui natura è completamente fuori del campo sperimentale.

L'esperienza quotidiana ci ha condotto al concetto di spazio e a quello di tempo così distinti tra loro che non sappiamo in nessun modo confonderli. E gli scienziati di tutti i tempi non solo non hanno trovato mai necessario di assimilare i due concetti in uno, ma anzi hanno riconosciuto sempre necessario il distinguerli. L'universo del MINKOWSKI è costituito di punti eventi distribuiti in un reticolato a quattro dimensioni; materia e reticolato che non possono esistere se non nel concetto e a cui non corrisponde nulla di reale nel mondo esterno.

E quando EINSTEIN sopprime nell'universo la materia e le forze con le loro leggi, abbatte tutto l'edificio scientifico, che con grande fatica gli scienziati di tutti i tempi erano andati costruendo col materiale dato dai fenomeni sensibili, per sostituirvi alcune proprietà dello spazio.

Perchè il principio di equivalenza di EINSTEIN fosse legittimo bisognerebbe conoscere tutta la natura di ciò che si vuol sostituire. Ora, per consenso di tutti, noi non conosciamo nè la natura delle forze nè quella dei corpi, non ne conosciamo che le proprietà, anzi alcune proprietà soltanto. Non è dunque legittimo sopprimerle per sostituirvi quel poco che sappiamo, perchè potremmo trascurare così molti coefficenti tutt'altro che trascurabili.

Si è detto che è inutile parlare di forze e di materia quando non le conosciamo, e val meglio parlare di proprietà dello spazio. Ma appunto perchè non le conosciamo, non possiamo sostituirle come non possiamo rappresentarle. E anche quanto alla maggiore facilità di chiarezza non so se sia più chiaro il concetto dello spazio di MINKOWSKI o quello di forza e di materia che ci sono ormai familiari.

Questa ricostruzione relativista dell'universo potrà dunque avere qualche somiglianza col mondo esterno ma nulla più; il con-

cetto reale della natura non vi si trova, e quindi tutte le deduzioni che se ne possono fare restano in un campo irreale, e in una rappresentazione a cui l'esperienza non può giungere.

Con lo spazio di MINKOWSKI e il principio di equivalenza di EINSTEIN si e s u l a dal mondo r e a l e per trasportarsi a vivere in uno i r r e a l e; per tornare al mondo fisico con le deduzioni della teoria della relatività si richiede gettare un ponte che ricopre l'abisso che sta tra l'uno e l'altro mondo.

Tutto ciò non significa che la nuova teoria non possa dare qualche buon risultato, ma significa, come confessano anche i relativisti, che essa non sa dirci niente della vera natura delle cose.

E in questa conclusione siamo concordi; dove non si può convenire è nell'asserzione dei relativisti che noi non potremo mai saper niente della natura delle cose e dei fatti perchè l'uomo non conosce se non ciò che egli crea in sè stesso; secondo noi l'uomo è dotato dalla natura di f a c o l t à che gli permettono di conoscere il m o n d o e s t e r n o, e di risalire dalla cognizione dei fenomeni alla ricerca e alla c o n o s c e n z a d e l l e c a u s e.

17. - La soluzione einsteiniana è una soluzione relativa

Ma importa esaminare più da vicino il processo relativistico per formarsi una giusta idea del valore che la teoria può avere almeno nel campo di ricostruzione ideale del mondo esterno.

Il punto di partenza della relatività è stato il r i s u l t a t o n e g a t i v o delle esperienze che tendevano a mettere in rilievo il moto della terra in seno all'etere. Sul valore di queste esperienze gli scienziati non sono ancora concordi. Certo le esperienze di MICHELSON e MORLEY, e quella del MAJORANA furono condotte con singolare abilità e diligenza. Disgraziatamente sono esperienze che non possono rivelare che effetti di secondo ordine come si è già detto. Se si riuscirà a trovare una causa dell'esito negativo, o se si riuscirà a stabilire altre esperienze che conducano allo stesso scopo non so, ma non se ne deve disperare, nè si deve credere impossibile poter ricorrere a sorgenti luminose estraterrestri che permettano la ricerca di effetti di primo ordine.

In ogni modo l'asserire che noi non potremo mai giungere a riconoscere il moto della terra rispetto all'etere, ed anche, più in generale, il moto vero de' corpi, è una conclusione p i ù a m p i a d e l l e p r e m e s s e.

Ma supponiamo che un'analisi completa del problema ci con-

duca a quella conclusione, non già per il solo esito sperimentale, ma per le condizioni stesse in cui ci troviamo, e se si vuole per la natura stessa del moto assoluto che apparisce inafferrabile sperimentalmente. In questo caso gli studi del LORENTZ ci dicono quale è il grado di incertezza che si introduce nelle nostre misure. Tanto le lunghezze che i tempi vengono alterati secondo un rapporto da 1 a $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$.

Abbiamo già accennato altrove al valore reale di questo raccorciamento. Si tratta in generale di correzioni che sono molte più piccole di quella precisione che si può raggiungere nelle misure, e quindi praticamente una correzione illusoria per la maggior parte dei casi; ciò non giustificherebbe certo il trascurarle, perchè, per quanto piccole, ci sono dei fenomeni in cui diverrebbero sensibili nelle formole, ma rende illusoria ogni verifica di natura sperimentale.

Inoltre bisogna portar l'attenzione sul significato del rapporto di raccorciamento. Il vero termine correttivo è dato dal quadrato del rapporto tra la velocità del corpo che si considera e quella della luce. Qualunque sia il fenomeno di cui si tratta il denominatore di quel rapporto è sempre la velocità della luce, mentre il numeratore varia col sistema. Ciò è evidentemente connesso con qualche circostanza fisica, o del fenomeno, o del metodo di osservazione. Nel fenomeno spesso non entra in alcun modo la velocità della luce, ma per ciò che riguarda il metodo di osservazione ogni volta che dobbiamo fare misura di spazi e di tempi dobbiamo ricorrere a fenomeni luminosi. Ed è appunto per questo che le nostre misure sono influenzate dalla velocità della luce, perchè non possiamo fare astrazione del tempo impiegato dal fenomeno luminoso per raggiungere l'osservatore, e non possiamo calcolare con certezza questo tempo non conoscendo il moto vero del sistema rispetto al mezzo di trasporto della luce.

Se invece della luce potessimo servirci di un mezzo straordinariamente più rapido, il termine correttivo diventerebbe straordinariamente più piccolo.

Ciò significa che la teoria della relatività è a sua volta *relativa* alle condizioni in cui ci troviamo e alla necessità in cui siamo di servirci di fenomeni luminosi, o in generale di fenomeni elettromagnetici, in tutte le misure che facciamo.

Perchè la teoria della relatività potesse divenire una teoria a s s o l u t a delle leggi fisiche si richiederebbe che questa seconda relatività distruggesse la precedente. Ma niente ci autorizza a questa asserzione.

E la teoria generale della relatività non soltanto introduce quel coefficente come termine correttivo, ma lo stabilisce anzi come punto di partenza per una estensione di concetto molto più ampia. Ora il fondamento sperimentale di cui noi possiamo disporre, anche quando sia accettato integralmente, non ci autorizza ad applicare il concetto della contrazione se non per le velocità dell'ordine di quelle della terra. Un estenderne la validità a tutte le velocità possibili è una *estrapolazione* non giustificata.

Ciò che diverrebbe legittimo accettando i risultati della esperienza è solo la necessità di introdurre un termine correttivo nelle equazioni della meccanica. Ed è in questo senso che molto giustamente il Levi-Civita ha tentato di modificare le formole che si riferiscono ai principi fondamentali della meccanica. Questa via di soluzione, che ha già dato buoni risultati anche nel senso della forma invariantiva che bisogna dare alle equazioni, è forse l'unico metodo legittimo di usufruire di ciò che vi è di giusto nei concetti relativistici.

18. - **Il contributo dei fatti**

A favore della teoria stanno i risultati che finora ha dato e che sembrano avere avuto una conferma dai fatti. Questi risultati si riducono alla curvatura dei raggi luminosi nel passare in vicinanza di un corpo attraente, nello spostamento delle strie luminose da un campo gravitazionale ad un altro, e lo spostamento della linea degli apsidi nel moto planetario.

Quanto alla prima la teoria di Einstein non dice una cosa veramente nuova. La curvatura di raggi di luce in vicinanza di un corpo attraente come il sole si deduce anche dalla meccanica newtoniana. La differenza può essere solo nella grandezza della deviazione. È noto che per un raggio di luce che viene da una stella e passa in vicinanza del sole la deviazione dedotta con la meccanica classica è di o", 87, mentre la teoria einsteiniana l'assegna ad 1", 47 (1).

L'eclisse del 1919 sembra confermare questa seconda cifra piuttosto che la prima. Su questa coincidenza della cifra di Einstein con quella data dalla esperienza non tutti sono tranquilli, in ogni modo una sola prova sperimentale, in quelle difficoltà con cui si deve trattare, non sembra sufficiente. Ma supponiamo che realmente la teoria newtoniana non basti e il fenomeno si adatti real-

(1) v. O. *Klotz*. Journ. of. t. R. Astr. S. Canada. ag. sett. 1920. Altri calcolatori hanno dato recentemente valori più grandi per l'effetto newtoniano.

mente alla formola einsteniana. La teoria in questo caso renderebbe un vero aiuto. Ma quale aiuto ? Se domandiamo ad un relativista come va il fenomeno, egli ci può rispondere che il fenomeno è regolato dalla formola relativistica, se domandiamo il perchè ci risponderà che la causa sta nella curvatura dello spazio, se insistiamo ancora nella causa della curvatura ci dirà che è dovuta al fatto che la grandezza T della formola di Einstein e diverso da zero nei punti per cui passa la luce, e più oltre non può dire. Evidentemente il filosofo naturale non può contentarsi qui. La teoria avrebbe saputo segnalare un fatto senza potercene dire la natura. E ciò perchè la teoria non descrive il mondo fisico esterno ma una concezione ideale di esso. Il fisico però indirizzato dalla formola relativistica sa di dover cercare la causa di una deviazione più grande di quella che conosceva. E potrà, per esempio, supporre che in vicinanza di una forte massa attraente il mezzo che trasmette le vibrazioni luminose subisce una condensazione o qualche cosa di simile. La teoria avrebbe sempre reso qualche vantaggio.

Per ciò che riguarda lo spostamento delle strie luminose, che la teoria fa prevedere, l'esperienza non ha ancora dato nessuna risposta definitiva di verifica. Anche attualmente si sta studiando la questione: si tratta di frazioni piccolissime di ängström e quindi non deve far meraviglia se il decidere è difficile.

L'altra conseguenza dello spostamento dell'asse dell'eclisse descritta da un pianeta non rivela un fatto nuovo; il fatto si conosceva e le misure sono nelle tavole del Leverrier. La teoria relativistica coincide qui con il fatto, mentre la teoria classica no. Ma anche qui a chi ricercasse la causa del fatto il relativista non può rispondere che allo stesso modo che nel caso della deviazione della luce, ossia senza poter assegnar la causa fisica del fenomeno. In realtà dunque un progresso vero non c'è, il fenomeno era conosciuto, la causa ci sfugge ancora.

Il contributo che sembra portare la teoria della relatività generale considerata anche solo come teoria matematica, come strumento di ricerche, è ancora problematico, mentre quello che vorrebbe portare come teoria fisica è completamente illusorio.

In questi ultimi due anni si è discusso molto sul valore da assegnare alla teoria di Einstein, specialmente in Germania e in Inghilterra. Tanto tra i fisici quanto tra i filosofi non mancano sostenitori come non mancano oppositori. Tra i filosofi i sostenitori della nuova teoria sono sempre quelli che negano nell'uomo la capacità di riconoscere il vero dei fatti del mondo esterno. Tra i fi-

sici il JEANS dice che l'espressione del *ds* che definisce lo spazio einsteniano può interpretarsi, o come elemento di linea in uno spazio curvo, o semplicemente come una espressione algebrica convenzionale senza interpretazione fisica, e chiaramente asserisce che questo secondo modo è da preferirsi. E per ciò che riguarda il valore della teoria, anche in forma matematica, dice che la teoria non può dire come e perchè le cose in natura vadano così, ma non fa che limitare i tipi dei fenomeni possibili.

Questo giudizio di un autore così competente ha certo un'importanza grande. La teoria della relatività di EINSTEIN è certo un mirabile edificio analitico e rivela un genio non comune nell'architetto che lo ha elevato. Ma non è una descrizione matematica del mondo reale, è una ricostruzione ideale che non fotografa il mondo esterno, ma ne stilizza quel che può essere riprodotto in una immagine necessariamente limitata. E come immagine può avere il valore di guida nelle ricerche, specialmente nel senso indicato dal JEANS.

19. - Spazio, moto, tempo

Ho già accennato altrove che l'errore fondamentale che si riscontra nel pensiero relativistico è il nuovo concetto di spazio e di tempo, che non viene dedotto dai fenomeni esterni ma si elabora nell'intelletto. Per il KANT questi concetti sono rappresentazioni a priori che si presuppongono a tutte le percezioni; per i relativisti il nuovo concetto non può dirsi a priori perchè fino al secolo ventesimo i filosofi ed i fisici non aveano trovato nella loro mente questa idea primitiva dello spazio minkowski-einsteniano, è però sempre una elaborazione puramente intellettuale. Il punto debole di tali concetti subbiettivi sta nella loro instabilità. Quel che oggi hanno fatto MINKOWSKI ed EINSTEIN potranno domani fare altri ingegni fecondi, e l'esempio può divenire contagioso.

Una filosofia perenne, tramandata dai maestri antichi e confermata attraverso più di venti secoli, riconosce che i concetti di spazio e di tempo sono bensì astratti, ma hanno il loro fondamento nei fenomeni esterni a noi e che noi percepiamo con i nostri sensi. Sicchè può dirsi che lo spazio e il tempo hanno un significato reale nel mondo esterno anche indipendentemente dalla nostra percezione.

Chiamiamo spazio l'estensione occupata dai corpi o capace di essere occupata.

Sarà spazio reale l'estensione reale dei corpi, possibile quella in cui i corpi potrebbero essere. Ma se passiamo ad una estensione reale definita da un corpo esistente, e lo immaginiamo prolungato all'infinito in tutte le direzioni, abbiamo così il concetto di uno spazio assoluto, concetto che non corrisponde ad una realtà esistente, ma che ha fondamento in una realtà esistente.

Il *moto* in generale è il procedere di un ente da uno stato ad un altro, od anche l'acquistare una certa determinazione con continuità. Quando diciamo che un corpo è in moto da un luogo ad un altro, ciò che si dice *moto locale,* intendiamo uno speciale modo di essere di quel corpo per cui esso va prendendo posizioni diverse nello spazio.

Quello che chiamiamo modo di essere del corpo, si potrebbe anche dire stato del corpo se l'apparente antitesi non fa confusione; e coincide con quello che i filosofi chiamano *qualità* del corpo.

Il moto di un corpo non è dunque il trovarsi successivamente del corpo in posizioni diverse, ma è un determinato modo di essere del corpo, od una sua qualità, od un suo stato. Il successivo occupare posizioni diverse è un effetto di quello stato.

Si può anche attribuire un nome a questo stato del corpo, per esempio, il nome di *forza viva,* e dire che un corpo è in moto quando possiede una certa quantità di forza viva. In questo modo si viene a dare al nome di forza viva un senso più ampio di quello che vi si attribuisce nella meccanica.

Noi non sappiamo definire lo stato di moto di un corpo, è per questo che sogliamo descriverne soltanto un effetto, questo successivo cambiamento di posizione; ma il concetto di moto in se stesso resta ben distinto dal concetto dell'effetto assegnato. Se non è possibile riconoscere il cambiamento di posizione del corpo ciò non ci autorizza a dire che quel corpo non si muove.

Il *moto assoluto* di un corpo è quello definito dalla forza viva che esso possiede. Per poter definire questo moto bisognerebbe potersi riferire ad un corpo assolutamente fermo, o, ciò che equivale, poter riconoscere i diversi punti dello spazio immobile in cui si muove. Poichè questo non si sa fare, e d'altra parte lo stato di moto del corpo non ci si rivela quale è in se stesso, così non si conosce il moto assoluto dei corpi se non in definizione.

Supponiamo che il moto in un corpo produca non solo l'effetto esterno del trovarsi successivamente in posizioni diverse nello

spazio ma anche una modificazione interna, per esempio, una contrazione del tipo di quella di LORENTZ-FITZGERALD, oppure una orientazione dei corpuscoli, o della loro orbita, determinata dalla direzione del moto. Qualche fenomeno di questo genere molto probabilmente esiste ogni volta che un corpo si muove in seno ad un altro, per esempio, in seno all'etere. In questo caso si potrà giungere a mettere in vista il moto d'un corpo anche indipendentemente dalla posizione che ha rispetto agli altri corpi. In ogni modo il moto dei corpi è una realtà fisica indipendente dalla nostra percezione, ed è tanto certo che esiste un moto vero, assoluto, quanto è certo che esiste qualche moto.

La questione del moto assoluto non è una questione di oggi, si discuteva anche ai tempi di NEWTON. Egli si proponeva il quesito se sia possibile giungere a conoscere il moto assoluto dei corpi e nello Scholion che segue la definizione 8ª nel libro primo dei suoi *Principia,* dice che la cosa è difficilissima, perchè le parti dello spazio immobile nel quale i corpi si muovono non cadono sotto i nostri sensi. Ma aggiunge che la causa non è disperata. Perchè esistono argomenti, parte dai moti apparenti che sono differenze dei moti veri, parte dalle forze che sono cause ed effetto dei moti veri. E altrove suggerisce qualche artificio che in alcuni casi può guidare nella ricerca. Il BOSCOVIC in ciò non conviene col NEWTON, ma il BOSCOVIC partiva da un concetto di spazio molto diverso da quello di NEWTON.

Queste discussioni, come si vede, non versavano sull'esistenza o meno del moto assoluto dei corpi, ma soltanto sul modo di metterlo in vista.

Il concetto di spazio assoluto, e di moto assoluto sono senza dubbio concetti astratti, ma l'astrazione suppone i fatti esterni da cui i concetti si deducono, e astrazione non è soggettivismo.

Soggettivismo è il negare, o l'affermare, o definire qualche cosa a cui non corrisponda una realtà esterna, ma che è elaborata solo nell'intelletto. La realtà esterna è indipendente dalla conoscenza che noi ne abbiamo, ciò che il soggetto introduce di proprio nei concetti reali è il modo con cui percepisce la realtà esterna, non l'essenza loro e il loro modo di agire. E la verità del concetto consiste nella corrispondenza tra l'immagine che noi ci formiamo delle cose e le cose stesse.

Qualche cosa di analogo e quello che si dice per il moto si può ripetere per il *tempo.* Ma il grado di realtà del tempo può dirsi inferiore a quello del moto. Il moto è una proprietà dei corpi,

il tempo è una proprietà del moto. Il concetto di tempo sorge dalla possibilità di distinguere nel moto il primo e il dopo ossia la successione degli stati.

Il concetto di tempo si riscontra anche in altri moti che non siano moti locali, di cui fin qui si è parlato. Moto in un senso più esteso è qualunque procedimento da uno stato ad un altro; moto *locale* il procedere da una posizione dello spazio ad un altra; moto *fisico* da uno stato ad un altro, per esempio da una temperatura ad un'altra; moto *chimico* quello connesso con una trasformazione; moto *sensitivo* connesso con una percezione; moto *intellettuale* quello con cui si perviene alla conoscenza di qualche cosa, per esempio, per conclusione, per induzione; moto *volitivo* l'acquistare un desiderio o un'avversione e simili.

Anche i fatti intellettuali nostri sono disposti nel tempo ed io posso distribuire l'ordine con cui sono pervenuto ad una conclusione speculativa deducendola da varie premesse, e riconoscere così il prima e il dopo, ciò che costituisce il tempo.

Può dirsi in generale che esiste un tempo dovunque esista un moto.

Anzi si suol definire il tempo come la misura del moto, perchè esso ordina la successione degli stati intermedi tra quello di partenza e quello di arrivo; e poichè il modo di misurare questa successione varia da un moto all'altro così anche la natura del tempo varia da un moto all'altro.

Se ci limitiamo ad una sola specie di moto, quello locale di cui qui ci occupiamo, la successione delle posizioni che il corpo prende costituisce un tempo, quello che i filosofi chiamano *tempo intrinseco*. Ma non si avrà una misura propriamente detta se non paragonando quella successione nel tempo a quella di un altro moto scelto come campione, ed è quello che si chiama *tempo estrinseco*. Noi sogliamo misurare il tempo ricorrendo al moto uniforme di una sfera nell'orologio, o al moto della terra.

Partendo dalla conoscenza di un moto reale, che definisce in se stesso un tempo reale, si può immaginare prolungato in infinito il moto, tanto nel senso negativo risalendo nel tempo, quanto nel senso positivo, e avere così il concetto di tempo assoluto ed eterno, perchè nel concetto non c'è incluso alcun limite.

I vari moti esistenti in luoghi diversi possono pensarsi come riferiti ad un moto uniforme e continuo che può essere la misura comune del tempo. La scelta di questo moto non ha importanza nel concetto di tempo. Quello che importa è che tutti i moti si possano riferire a quello. Se questo riferimento non può essere

fatto dagli uomini ciò non implica una impossibilità assoluta della misura con un tempo unico, ma soltanto la limitatezza dei nostri mezzi di osservazione. Anche qui il concetto deve descrivere le cose non quello che noi riusciamo soltanto a vedere.

Bisogna notare subito una differenza essenziale tra il concetto di spazio e quello di tempo. Un punto materiale in moto può passare più volte per uno stesso punto dello spazio ma non può passare più volte per uno stesso punto del tempo.

Riferendosi tutti i moti esistenti ad uno che ne sia la misura comune nel tempo il concetto di simultaneità di più fenomeni resta individuato senz'altro; quello di durata richiede che si fissi una unità di intervallo.

20. - **L'osservatore Alfa**

Possiamo concretare questi concetti riferendoci a ciò che conosciamo come esistente.

Chiamiamo *universo* l'insieme di tutti i corpi esistenti. Questo tutto è necessariamente limitato perchè è limitato tutto ciò che è contingente; e trattandosi di corpi una figura non limitata non è neppure determinata. Per studiare ciò che avviene nell'universo dobbiamo sopprimere le limitazioni inerenti alla nostra incapacità di osservazione, perchè questi sono inerenti all'osservatore, non alle cose. Pensiamo dunque ad un osservatore, di una capacità straordinariamente superiore alla nostra che viva fuori dell'universo, e non influisca in niente in tutti i fenomeni che vi si compiono, ma possa vederli come se fosse immediatamente presente a ciascuno, ossia non si richieda il trasporto del fenomeno luminoso che glie lo fa vedere, e quindi non passi alcun tempo, neppure minimo, tra il compiersi del fenomeno e il percepirlo. Per semplicità lo chiamerò l'osservatore Alfa. Egli vede l'universo intero, che necessariamente ha una forma essendo limitato. Esisterà necessariamente un baricentro dell'universo e l'osservatore Alfa può riconoscerlo.

Non esistendo altri corpi fuori dell'universo il baricentro sarà o assolutamente fisso o in moto uniforme rettilineo. L'osservatore potrebbe accorgersene forse, ma non sappiamo dir niente per scegliere l'una o l'altra ipotesi. Quello che è certo è che, se anche esistesse il moto di traslazione dell'universo, questo non avrebbe nessuna influenza nè nel moto nè negli altri fenomeni dei corpi che fanno parte dell'universo.

Non porterebbe neppure quegli effetti che potrebbero esistere

nei corpi e che sono dovuti o al fatto che essi si muovono in mezzo ad un altro corpo o che si cambiano col moto le forze agenti.

L'esistenza di quel moto non avrebbe dunque alcun significato di quelli che possiamo pensare. Di più non potrebbe essere causato dalle forze interne, che non agiscono che fra i corpi, e alle quali sono connesse reazioni eguali e contrarie.

Una causa esterna non può esistere se non fosse causa estranaturale, ma un'azione di questa causa non avrebbe ragione d'esistere perchè sarebbe un azione evidentemente superflua.

Possiamo dunque escludere l'esistenza di un moto traslatorio dell'universo che in qualunque ipotesi non avrebbe influenza sui fenomeni nostri.

Allo stesso modo che il moto traslatorio si può escludere anche un moto rotatorio dell'insieme per il quale valgono le stesse osservazioni che per l'altro.

I moti interni dei corpi che costituiscono l'universo permettono all'osservatore Alfa di assegnare tre assi fondamentali di riferimento partendo dal baricentro e dal piano principale d'inerzia, con qualche semplice convenzione.

Il moto dei corpi rispetto a questi tre assi può bene essere considerato come assoluto.

L'osservatore Alfa oltre che scegliere un sistema unico di riferimento può anche scegliere una misura unica del tempo. Fra i tanti moti esistenti nell'universo potrà scegliere il moto periodico di rivoluzione di un'astro. Esisteranno vari sistemi subordinati, satelliti che ruotano intorno ai pianeti, questi intorno ai loro soli, i soli potranno ruotare intorno a posizioni di equilibrio nella famiglia di soli o nella nebulosa a cui appartengono, ma il procedimento è certo limitato e i sistemi principali non potranno avere che traiettorie immediatamente connesse col baricentro dell'universo. Uno qualunque di questi moti potrebbe servire come misura del tempo, ma evidentemente è più ragionevole scegliere un sistema principale piuttosto che uno subordinato, perchè quello ha senza dubbio un grado di stabilità superiore all'altro. Riferendosi al moto di questo sistema, o meglio a quello del suo centro, l'osservatore Alfa, per la proprietà che gli abbiamo assegnata, potrà misurare nel tempo il moto di tutti gli altri corpi. Questa misura del tempo è anche misura di intervallo fra un'istante ed un altro, perchè per giudicare della contemporaneità dei fenomeni l'osservatore non ha bisogno di alcun artificio.

Il tempo che così misura l'osservatore Alfa si può legittima-

mente assumere come tempo *assoluto,* o meglio come tempo *universale* perchè si applica contemporaneamente a tutti i moti esistenti nell'universo.

In tutto questo non si è dovuta fare nessuna ipotesi speciale per i corpi e per i fenomeni dell'universo, l'ipotesi sta soltanto nell'esistenza dell'osservatore Alfa, esistenza che come s'è detto non influisce in nessun modo sui fatti e sulle cose dell'Universo. L'osservatore Alfa è un osservatore, non un attore, egli vede ciò che avviene, ma lo vede per una percezione immediata, in qualunque punto dell'universo il fenomeno si compia, e senza che si richieda tempo nè per la propagazione nè per la percezione.

Il moto che l'osservatore Alfa vede, nello spazio occupato dei corpi e il tempo che misura con un moto esistente nell'universo è ciò che chiamo *il moto assoluto e il tempo assoluto dell'universo.* E poichè quei moti e quel tempo sono proprietà reali dell'universo, nel senso detto, così il moto assoluto e il tempo assoluto così definiti sono una realtà esistente nell'Universo; resta a vedere soltanto in qual modo quel moto e quel tempo possono essere percepiti.

L'osservatore Alfa si trova in condizioni privilegiate e non è un osservatore reale, o meglio non è un osservatore umano; si potrebbe dire un osservatore superumano.

Gli osservatori umani non percepiscono immediatamente i fenomeni nè lontani nè vicini, perchè anche i vicini richiedono per lo meno il tempo della percezione sensibile, il trasporto del senso esterno alla percezione interna.

Le condizioni di inferiorità in cui si trova l'osservatore umano, che per semplicità potrei chiamare osservatore Omicron, si riducono a queste due; egli non vede che una parte dell'universo, e i fenomeni che egli osserva giungono a lui dopo un certo intervallo di tempo variabile con le condizioni del fenomeno.

Perchè egli possa giungere alla conoscenza del moto assoluto e del tempo assoluto, che percepisce l'osservatore Alfa, si richiede che egli possa conoscere la distanza del punto in cui avviene il fenomeno e la velocità con cui se ne trasporta la visione.

Vediamo di studiare il modo con cui l'osservatore Alfa misura il moto per dedurne quel che manca all'osservatore Omicron. Egli si riferisce allo spazio euclideo perchè per lui non c'è nessuna ragione di curvatura nello spazio. Studia il moto dei singoli corpi e ne stabilisce la traiettoria. Per questo non ha bisogno che di determinare per un certo numero di punti la posizione del corpo rispetto agli assi di riferimento uscenti dal baricentro. Le distanze

del punto dagli assi le dovrà determinare con un fenomeno per es. un fenomeno ottico-elettromagnetico. La distanza di tempo che come tra l'istante in cui si compie un fenomeno in un punto fisso e quello in cui la perturbazione elettromagnetica arriva sul corpo in moto gli risulta perfettamente nota.

La velocità con cui la perturbazione si propaga ha potuto dedurla con esperienze analoghe a quelle che facciamo noi ed ha anche potuto decidere se e come la velocità è alterata dal moto relativo della sorgente e del corpo illuminato.

In sostanza, la capacità di vedere immediatamente i fenomeni fornisce all'osservatore Alfa il modo di decidere sulla velocità di propagazione delle varie forme di energia nei vari casi possibili, ed è appunto ciò di cui avremmo noi di bisogno per giungere a misurare i tempi e gli spazi con una misura unica, e pervenire così alla conoscenza del moto assoluto.

Noi ci serviamo della luce per controllare la propagazione del suono, così avremmo bisogno di una energia che si propaghi con velocità straordinariamente superiore a quella della luce per controllare la propagazione della luce. L'osservatore Alfa si trova in questa condizione privilegiata perchè per le sue prerogative è come se disponesse di una energia che si propaga con velocità infinitamente grande.

Quanto si è detto fin qui ha per iscopo di dimostrare che il moto assoluto e il tempo assoluto hanno un significato r e a l e e quindi in se stessi sono conoscibili. Quindi l'impossibilità di misurarli non è assoluta, ma r e l a t i v a soltanto alla limitatezza attuale dei nostri mezzi di osservazione. Questo stato di cose può giustificare l'introduzione di una teoria che permetta di fare astrazione dal moto assoluto e dal tempo assoluto, ma non può trattarsi che di teoria provvisoria. E sarebbe errore sviluppare una tale teoria e assegnare al mondo esterno le deduzioni teoriche che noi ne facciamo, specialmente quando queste sono in contrasto con i risultati già acquisiti nella conoscenza del mondo esterno.

Se quando si credeva la terra centro dell'universo si fosse costruita una teoria dinamica sufficiente per dar ragione dei fatti allora conosciuti, si sarebbe certo potuto assegnare equazioni e formole che si sarebbero accordate con i fatti, ma sarebbe stato errato il concludere che dunque le cose stavano realmente così.

Un errore simile stiamo commettendo noi se vogliamo attribuire alla odierna teoria della relatività un valore fisico che non ha e non può avere. Quelli che verranno dopo di noi potranno giustamente ridere della piccolezza delle nostre vedute.

Concludendo, la teoria generale della relatività di Einstein è un elegantissimo edificio matematico ma che non riproduce il mondo reale. I principi da cui parte, lo spazio di MINKOWSKI e il principio di equivalenza di EINSTEIN sono postulati che non hanno un fondamento sperimentale, ma derivano piuttosto da una concezione puramente soggettiva.

Come teoria matematica potrà anche rendere qualche servigio alla scienza, specialmente guidando le ricerche in un senso piuttosto che in un altro, ma come teoria fisica non può avere alcun valore, e finalmente come teoria filosofica è teoria demolitrice di ogni conoscenza del mondo esterno.

Prezzo del presente volume L. 5